

# SELEÇÃO DE MODELOS NÃO LINEARES PARA A DESCRIÇÃO DAS CURVAS DE CRESCIMENTO DO FRUTO DO CAFEIEIRO

Tales Jesus Fernandes<sup>1</sup>, Adriele Aparecida Pereira<sup>2</sup>, Joel Augusto Muniz<sup>3</sup>,  
Taciana Villela Savian<sup>4</sup>

(Recebido: 24 de maio de 2013; aceito: 29 de novembro de 2013)

**RESUMO:** O café é um dos produtos mais importantes da agricultura brasileira, portanto estudos que visam uma melhor qualidade final do seu fruto têm sido, cada vez mais, objetivo de pesquisas. Conhecer as curvas de crescimento de frutos permite um melhor manejo da cultura, bem como identificar as épocas de maior demanda de nutrientes. Objetivou-se, neste trabalho, comparar o ajuste dos modelos de regressão não lineares Logístico e Gompertz, na descrição das curvas de crescimento do fruto do cafeeiro, considerando a heterogeneidade das variâncias amostrais, nas diferentes faces de exposição ao sol. Os dados analisados foram obtidos de Cunha e Volpe (2011) e correspondem aos resultados parciais de um experimento conduzido na Faculdade de Ciências Agrárias e Veterinárias, UNESP, Campus Jaboticabal, SP, com a cultivar Obatã IAC 1669-20, que pertence à espécie *Coffea arabica*. Foram utilizados os modelos não lineares Gompertz e Logístico, ponderados (variâncias amostrais heterogêneas) e não ponderados. A estimação dos parâmetros foi feita utilizando a função “gnls” da biblioteca “nlme” do software R, o método de mínimos quadrados e o algoritmo de convergência de Gauss-Newton. A qualidade dos ajustes foi comparada com base nos seguintes critérios: coeficiente de determinação ajustado ( $R_a^2$ ); critério de informação de Akaike e medidas de curvatura de Bates e Watts. Os modelos não lineares estudados descreveram de forma satisfatória a curva de crescimento do fruto do cafeeiro, fornecendo parâmetros com interpretações práticas. A incorporação da heterocedasticidade foi eficiente, pois tornou as estimativas dos parâmetros mais confiáveis. O modelo que melhor descreveu o crescimento do fruto do cafeeiro foi o modelo Gompertz ponderado, em ambas as faces de exposição ao sol.

**Termos para indexação:** Massa fresca, heterocedasticidade, Obatã, café.

## SELECTION OF NONLINEAR MODELS FOR THE DESCRIPTION OF THE GROWTH CURVES OF COFFEE FRUIT

**ABSTRACT:** Coffee is one of the most important products of Brazilian agriculture, therefore studies aimed at improving the final quality of the coffee cherry has increasingly been the target of research. To know the growth curves of fruits allows a best crop management, as well as identify times of higher demand for nutrients. The aim of this work was to compare the nonlinear regression models Logistic e Gompertz in the description of the growth curves of coffee fruit, considering the heterogeneity of sampling variances, in the different faces of sunlight exposure. The data sets corresponds to the results of an experiment conducted in the College of Agriculture and Veterinary Sciences, UNESP, Jaboticabal-SP, with the cultivar Obatã IAC 1669-20, which belongs to the species *Coffea arabica* (CUNHA;VOLPE, 2011). We analyzed the data by using the nonlinear models Gompertz and Logistic, weighted (heterogeneous sample variance) and unweighted. We estimated the parameters by “gnls” function from library “nlme” from the statistical software R, which uses the least squares method and the Gauss-Newton algorithm for convergence. We compared the fit of the models by using the following criteria: adjustment coefficient of determination ( $R_a^2$ ); Akaike information criterion (AIC) and measures Bates and Watts curvature. The nonlinear models described fairly the coffee fruit growth, providing parameters with practical interpretations. The incorporation of heteroscedasticity was effective because the parameters estimates become more reliable. The model that best described the growth of coffee fruit was weighted Gompertz model, in both faces of sunlight exposure.

**Index terms:** Fresh weight, heterocedasticity, Obatã, coffee.

## 1 INTRODUÇÃO

Atualmente, o Brasil é o maior produtor mundial de café e responde por cerca de 30% das exportações mundiais, além de ser o segundo mercado consumidor atrás apenas dos Estados Unidos. De acordo com o Conselho dos

Exportadores de Café do Brasil (CONSELHO DOS EXPORTADORES DE CAFÉ DO BRASIL CECAFÉ, 2012), no ano de 2011 as exportações brasileiras foram recordes, atingindo 33,5 milhões de sacas e, apesar de uma queda no ano de 2012, as previsões para 2013 são otimistas, ficando entre 30 e 31 milhões de sacas.

<sup>1</sup>Universidade Federal de Lavras - Departamento de Ciências Exatas/DEX-UFLA - Cx. P. 3037 Lavras-MG - 37200-000 talesest@yahoo.com.br

<sup>2</sup>Universidade Federal de Lavras - Departamento de Ciências Exatas/DEX-UFLA - Cx. P. 3037 Lavras-MG - 37200-000 adrieleapvga@yahoo.com.br

<sup>3</sup>Universidade Federal de Lavras - Departamento de Ciências Exatas/DEX-UFLA - Cx. P. 3037 Lavras-MG - 37200-000 joamuniz@dex.ufla.br

<sup>4</sup>Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz” - Departamento de Ciências Exatas/LCE -ESALQ-USP - Cx. P. 09 Piracicaba-SP - 13418-900 - tvsavian@usp.br

O fruto do café possui formato ovóide e geralmente contém duas sementes, mas podem também ocorrer frutos com apenas uma semente, ocupando todo o espaço. O desenvolvimento do fruto do cafeeiro pode ser dividido em cinco estágios diferentes: chumbinho, crescimento acelerado, crescimento lento, granação e maturação. No primeiro estágio, o crescimento é quase imperceptível, depois ocorre uma rápida expansão em tamanho e massa do fruto, até que ocorre uma desaceleração do crescimento e o volume final do fruto é atingido. A partir daí, o próximo estágio é a granação e, finalmente, a maturação, ao fim deste estágio o fruto está completamente formado, suas sementes estão prontas e, portanto, apto a ser colhido (SÁGIO, 2009).

Controlar os aspectos que influenciam na qualidade do produto final do café, tem sido cada vez mais o foco de pesquisadores da área aplicada. No entanto, estudos que descrevem detalhadamente o desenvolvimento do seu fruto, por meio de modelos estatísticos, não são comuns na literatura. Esses estudos podem ser feitos através do conhecimento de suas curvas de crescimento. Uma curva de crescimento é uma sequência de medidas (peso, comprimento, altura, etc), tomadas repetidamente ao longo do tempo. Conhecer as curvas de crescimento de frutos possibilita o manejo adequado da cultura, auxiliando, por exemplo, na identificação das diferentes fases fenológicas envolvidas em seu desenvolvimento, da época de maior ganho de massa do fruto, bem como o instante adequado para a adubação e principalmente, auxilia na determinação do ponto ótimo de colheita que, geralmente, é feito de forma subjetiva através da coloração externa e tamanho do fruto. Além disso, estudar as curvas de crescimento via modelos não lineares, apresenta uma grande capacidade de sintetização das informações presentes no conjunto de dados, resumindo-as em apenas alguns parâmetros com interpretações práticas (TERRA; MUNIZ; SAVIAN, 2010).

Neste sentido, vários autores têm trabalhado com modelos não lineares no estudo de curvas de crescimento, nas mais diversas áreas. As funções não lineares mais utilizadas na descrição de curvas de crescimento são as de Richards, Gompertz, Von Bertalanffy, Brody e Logística (MAZZINI et al., 2003).

Maia et al. (2009) utilizaram os modelos de Brody, Gompertz, Logístico e von Bertalanffy

na descrição das curvas de crescimento de bananeiras e concluíram que os melhores ajustes foram fornecidos pelo modelo Logístico. Martins Filho et al. (2008) fizeram o ajuste do modelo Logístico ao crescimento de duas cultivares de feijoeiro, utilizando a metodologia Bayesiana na estimação dos parâmetros do modelo. Na área animal destacam-se os trabalhos de Mazzini et al. (2003, 2005) nos quais os autores avaliaram os ajustes desses modelos na descrição das curvas de crescimento de animais da raça Hereford, bem como o trabalho de Freitas (2005) que estudou o crescimento de oito espécies animais, via modelos não lineares.

Na descrição do crescimento dos frutos do cafeeiro, Cunha e Volpe (2011) descreveram o acúmulo de massa fresca e seca do fruto, utilizando o modelo não linear de Boltzmann. Laviola et al. (2007) utilizaram duas reparametrizações do modelo Logístico para explicar o acúmulo de massa seca, bem como as curvas de acúmulo de nutrientes nos frutos do cafeeiro, em função dos dias após o florescimento. Mas ambos os trabalhos não consideraram a heterocedasticidade.

Um aspecto importante que deve ser considerado no ajuste de modelos de regressão a dados de crescimento é a possível presença de variâncias amostrais heterogêneas. Nesse tipo de ajuste, é comum ocorrer a heterocedasticidade entre as medidas, o que é natural, uma vez que conforme o fruto, a planta ou o animal se desenvolvem, a variação do seu tamanho e/ou peso se torna maior.

Em presença de variâncias amostrais heterogêneas, é necessário fazer uma ponderação, associando-se “pesos” às observações, de forma que os pontos com maior variabilidade influenciem menos nas estimativas dos parâmetros. A principal vantagem do uso da ponderação é que os erros-padrão das estimativas tornam-se menores, implicando em estimativas mais confiáveis. Guedes et al. (2004), Mazuchelli, Souza e Philippsen (2011) e Mazzini et al. (2003) consideraram, em seus estudos, o ajuste ponderado, obtendo melhores resultados com intervalos de confiança menores para os parâmetros.

Uma forma de ponderação muito utilizada na literatura é a ponderação pelo inverso da variância amostral, sugerida por Pasternak e Shalev (1994). Mas nesse tipo de ponderação os pesos são “fixos”, ou seja, não é levada em conta a incerteza que existe em relação a cada peso (fator de ponderação), pois esses são calculados com

base na amostra, e conseqüentemente, diferentes modelos ajustados a um mesmo conjunto de dados, utilizam os mesmos pesos. O mais adequado é estimar esse fator de ponderação, pois, assim o processo de estimação, incorpora a incerteza existente em relação a cada fator, de acordo com o modelo. O argumento weights da função gnl, do pacote nlme (PINHEIRO et al., 2013), do software R utiliza essa abordagem, na qual é fornecida uma função que descreve o comportamento da variância amostral, e de quem ela depende, para que sejam estimados os fatores de ponderação em cada data de observação.

Foram abordados, neste trabalho, os modelos não lineares Gompertz e Logístico. Ambos apresentam formato sigmoidal (formato de S) e ponto de inflexão, no qual ocorre a mudança de concavidade da curva e a taxa de crescimento instantânea passa de crescente para decrescente. O modelo Logístico é simétrico em relação a esse ponto, isso é, no ponto de inflexão é alcançada 50% da massa fresca máxima, já no modelo Gompertz, nesse ponto, é atingida cerca de 37% da massa fresca máxima.

No estudo de modelos de regressão não lineares, o sistema de equações normais não apresenta uma forma fechada para se estimar os parâmetros. Tais estimativas são obtidas por meio de métodos iterativos (DRAPER; SMITH, 1998). Em geral, esses métodos consistem em, a partir de um valor inicial para os parâmetros, ir melhorando-o até que ocorra a convergência para o valor real (MAZUCHELI; ACHCAR, 2002). A escolha do valor inicial é o passo mais importante do processo e pode ser feita por meio de métodos computacionais, ou com base na análise dos dados e experiência do pesquisador.

Objetivou-se, neste trabalho, comparar o ajuste dos modelos não lineares Gompertz e Logístico na descrição das curvas de crescimento do fruto do cafeeiro, em massa fresca, considerando as diferentes faces de exposição ao sol (norte/sul) e utilizando a ponderação por pesos estimados, com base no comportamento das variâncias amostrais.

## 2 MATERIAL E MÉTODOS

Os dados utilizados para o ajuste dos modelos foram extraídos de Cunha e Volpe (2011) e correspondem aos resultados de um experimento conduzido com o objetivo de acompanhar o crescimento dos frutos, nas diferentes faces da planta (norte e sul). O experimento foi realizado na Faculdade de Ciências Agrárias e Veterinárias

da UNESP, Campus Jaboticabal, SP (altitude: 615 m), com a cultivar Obatã IAC 1669-20, que pertence à espécie *Coffea arábica* L. As plantas tinham cinco anos de idade, altura média de 2 m, espaçamento de 3,5 x 0,5 m e estavam instaladas no alinhamento de plantio de 66° -246°. Foram utilizadas quatro repetições com 100 plantas cada uma.

Em função de anomalias ocorridas nas floradas de 2007/2008 na região, as coletas tiveram que ser feitas, aleatoriamente, dentro das repetições, nas diferentes faces de exposição ao sol, constando de 100 frutos (50 da face norte e 50 da face sul). Foram realizadas 14 coletas, com um espaçamento médio entre elas de 15 dias, sendo que a primeira foi realizada no dia 06/11/07, aos 96 dias após o florescimento (DAF) e a última no dia 21/05/08, aos 293 (DAF). Os frutos eram acondicionados em sacos plásticos para posterior pesagem em balança analítica de 0,0001g de precisão e assim obter a massa fresca média (em gramas).

Foi estimada também a variância da massa fresca em cada data de coleta, nas diferentes faces da exposição ao sol e, em seguida, verificou-se a presença de heterocedasticidade pelo teste do F, máximo de Hartley, a 5% de significância. Tal teste consiste na divisão da maior parte pela menor variância obtidas, sendo que um resultado muito grande (maior que o valor tabelado) dessa divisão indica a presença de variâncias amostrais heterogêneas.

Na descrição do crescimento do fruto, foram avaliados os modelos não lineares Logístico e Gompertz, cujas equações são apresentadas na Tabela 1.

Nos modelos apresentados na Tabela 1,  $Y_i$  é o valor médio da massa fresca do fruto na data de coleta  $i$ , sendo  $i=1,2,\dots,14$ ;  $x_i$  é o número de dias após o florescimento;  $\alpha$  é o valor assintótico da massa fresca do fruto, ou seja, é o valor no qual a massa fresca estabiliza conforme o valor de  $x_i$  aumenta o bastante;  $\gamma$  é um parâmetro de locação sem interpretação prática direta, mas importante para manter o formato sigmoidal do modelo, está associado a abscissa do ponto de inflexão;  $k$  está associado ao crescimento, é chamado de índice de maturidade ou precocidade e, quanto maior for o valor de  $k$ , menos tempo será necessário para o fruto atingir sua massa fresca assintótica ( $\alpha$ );  $\varepsilon_i$  é o erro aleatório associado à  $i$ -ésima observação, o qual pressupõe-se que seja distribuído segundo uma normal de forma independente e apresente variâncias constantes, ou seja  $\varepsilon_i \sim N(0, I\sigma^2)$ .

**TABELA 1** - Equações dos modelos não lineares ajustados ao acúmulo de massa fresca dos frutos do cafeeiro para cada face de exposição ao sol.

Modelo	Equação
Logístico	$Y_i = \frac{\alpha}{1 + e^{(\gamma - kx_i)}} + \varepsilon_i$
Gompertz	$Y_i = \alpha e^{(-e^{(\gamma - kx_i)})} + \varepsilon_i$

A estimação dos parâmetros foi feita pelo método dos mínimos quadrados ponderados, implementado na função `gnls`, do pacote `nlme` (PINHEIRO et al., 2013), do software R (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2013), o qual utiliza uma variação do método iterativo de Gauss-Newton para obter a convergência. Os valores iniciais para a execução do processo iterativo foram obtidos com base em uma análise exploratória inicial dos dados.

Foram estimados os parâmetros para os modelos, considerando as variâncias amostrais homogêneas e heterogêneas com ponderação. Para estimar os fatores de ponderação foi feito o gráfico das variâncias amostrais em função das datas de coleta e identificada uma distribuição que se assemelhe a esse comportamento. Como foi identificado que a variância amostral aumenta rapidamente conforme o fruto se desenvolve, utilizou-se a função exponencial para modelar esse comportamento e auxiliar na estimação dos fatores. Os fatores de ponderação foram estimados pelo argumento `weights` da função `gnls`, considerando tal comportamento das variâncias amostrais. Sob a suposição de normalidade residual, foram obtidos intervalos de confiança assintóticos para os parâmetros.

A análise de resíduos foi feita por meio dos testes: Shapiro-Wilk, para verificar o pressuposto de normalidade residual; Durbin Watson, para verificar a independência e o teste de Breusch-Pagan, para verificar a homocedasticidade dos resíduos. Esse é um passo muito importante no processo de ajuste de modelos de regressão, de modo que, se algum desses pressupostos não for atendido, o modelo não é adequado e esse desvio deve ser corrigido ou considerado no modelo.

O diagnóstico sobre a qualidade de ajuste dos modelos aos dados foi feito com base nos seguintes critérios: coeficiente de determinação

ajustado ( $R_a^2$ ), sendo considerado como melhor aquele modelo que forneceu o maior valor do ( $R_a^2$ ); critério de informação de Akaike (AIC), deve ser indicado como melhor modelo aquele que apresentar os menores valores de AIC; curvaturas de Bates e Watts, que medem a não-linearidade do modelo. Bates e Watts quantificaram a não linearidade presente nos modelos, com base no conceito geométrico de curvatura, e mostraram que a não linearidade pode ser decomposta em duas componentes: intrínseca ( $c^I$ ), que é a não linearidade característica do modelo e paramétrica ( $c^P$ ), que representa o efeito da parametrização na não linearidade do modelo.

Um modelo deve ser preferido em relação a outro se apresentar os menores valores de não linearidade tanto intrínseca ( $c^I$ ), quanto paramétrica ( $c^P$ ) (ZEVIANI, 2012).

### 3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na Tabela 2, apresentam-se os resultados da análise de resíduos para os modelos ajustados aos dados de acúmulo de massa fresca do fruto do cafeeiro. Percebe-se que, em todas as situações estudadas, os resíduos estimados apresentaram distribuição normal, são independentes e homocedásticos, ou seja, todos os pressupostos sobre os resíduos foram atendidos ( $p$ -valor > 0,05).

Na Tabela 3, são apresentadas as estimativas para os parâmetros dos modelos Gompertz e Logístico, sem utilizar a ponderação, considerando as variâncias amostrais homogêneas. Todos os parâmetros foram significativamente não nulos, de acordo com os intervalos de confiança assintóticos de 95%.

O teste F máximo de Hartley identificou que as variâncias amostrais nas datas de coleta são heterogêneas, nas duas faces de exposição ao sol, dessa forma, utilizar o fator de ponderação, no processo de estimação dos parâmetros é necessário e mais coerente.

**TABELA 2** - Valores das estatísticas dos testes de Shapiro-Wilk, Durbin-Watson e Breusch-Pagan, com os respectivos p-valor, aplicados aos resíduos dos modelos Gompertz e Logístico, ajustados ao acúmulo de massa fresca dos frutos do cafeeiro para as faces norte e sul de exposição ao sol.

Modelos	Shapiro-Wilk	p-valor	Durbin-Watson	p-valor	Breusch-Pagan	p-valor
Gompertz norte	0,8796	0,0673	1,9185	0,4021	1,6849	0,4307
Gompertz sul	0,9434	0,4642	1,6922	0,1829	2,8244	0,2436
Logístico norte	0,9138	0,1789	1,3947	0,0684	1,1843	0,5532
Logístico sul	0,9258	0,2660	1,3237	0,0629	2,7923	0,2475

**TABELA 3** - Estimativas para os parâmetros dos modelos Gompertz e Logístico ajustados ao acúmulo de massa fresca dos frutos do cafeeiro, para as faces norte e sul de exposição ao sol, considerando variâncias homogêneas, e seus respectivos intervalos de confiança assintóticos de 95%.

	Gompertz			Logístico		
	LI	estimativa	LS	LI	estimativa	LS
Face Norte						
$\alpha$	0,9596	1,0339	1,1332	0,9177	0,9947	1,0904
$\gamma$	3,4770	4,4972	5,8784	5,7107	7,5087	10,2374
$k$	0,0213	0,0280	0,0369	0,0319	0,0432	0,0602
Face Sul						
$\alpha$	0,8895	0,9794	1,1119	0,8528	0,9460	1,0713
$\gamma$	3,2068	4,6394	6,9908	5,1945	7,6025	12,3626
$k$	0,0201	0,0298	0,0455	0,0295	0,0453	0,0765

Na Tabela 4, são apresentadas as estimativas dos parâmetros com seus respectivos intervalos de confiança assintóticos, estimados utilizando a ponderação. Todos os parâmetros foram estatisticamente diferentes de zero, de acordo com os intervalos de confiança assintóticos de 95%. Ao comparar a amplitude dos intervalos de confiança da Tabela 4 com os obtidos na Tabela 3, percebe-se que, ponderar tornou as estimativas mais precisas, com intervalos de confiança menores, o que justifica o uso da ponderação e corrobora os resultados obtidos por autores como Guedes et al. (2004), Mazuchelli, Souza e Philippsen (2011) e Mazzini et al. (2003).

As estimativas para o parâmetro  $\alpha$  estão ligeiramente menores que os valores de massa fresca máxima observados por Cunha e Volpe (2011), que foram de 1,09g e 1,033g para as faces norte e sul, respectivamente. Mas, como comentado anteriormente, as estimativas de  $\alpha$  são os valores assintóticos, isso é, valor no qual a massa fresca estabiliza conforme o tempo aumenta e, o fruto do cafeeiro, após atingir a massa fresca

máxima perde um pouco de água no processo de secagem, sugerindo que a massa fresca assintótica é realmente um pouco menor que a máxima observada. Os índices de maturidade ( $k$ ) foram ligeiramente maiores na face norte, sugerindo que o fruto se desenvolve mais rapidamente nessa face. O modelo Gompertz atinge o ponto de inflexão um pouco antes que o modelo Logístico, dessa forma as estimativas do parâmetro  $\gamma$  são sempre menores nesse modelo.

Conforme comentado por Gazolla et al. (2011), no ponto de inflexão do modelo Logístico a variável em estudo alcança 50% do seu valor final. Na parametrização do modelo Logístico utilizada nesse trabalho o ponto de inflexão ocorre em  $x = \frac{\gamma}{k} = \frac{7,6139}{0,0439} = 173$  dias após o florescimento, para os frutos da face norte e  $x = \frac{\gamma}{k} = \frac{5,3170}{0,0305} = 174$

DAF, para os frutos da face sul. Neste ponto, as taxas de crescimento instantâneas passam de crescente para decrescente e, no modelo Logístico, metade da massa fresca é atingida. Ao comparar esses valores com as datas em que foram feitas as coletas do experimento, percebe-se que a metade da massa fresca foi atingida na última semana de janeiro de 2008.

De acordo com a tabela das fases fenológicas do cafeeiro arábica, apresentada em Camargo e Camargo (2001), essa época coincide com o estágio de crescimento lento, passando a granação. Mas, o ponto de inflexão deve ocorrer no estágio anterior, que é o estágio de crescimento rápido, pois é natural que, quando o fruto se encontra nesse estágio, as taxas de crescimento atinjam seu máximo (ponto de inflexão) e comecem a diminuir, levando o fruto ao próximo estágio que é o de crescimento lento. Ou seja, enquanto a tabela das fases fenológicas indica que o fruto deveria estar entre os estágios de crescimento lento e granação, os resultados estimados pelos modelos estatísticos indicam que ele ainda está no estágio anterior, fato que corrobora a idéia de que a cultivar Obatã IAC 1669-20 apresenta desenvolvimento do fruto mais tardio, como comentado por autores como Cunha e Volpe (2011) e Pezzopane et al. (2003).

Observando os resultados dos critérios utilizados para comparar a qualidade de ajuste na Tabela 5, é possível perceber que ambos os modelos apresentaram melhores ajustes aos dados de acúmulo de massa fresca do fruto da face norte da planta, sugerindo que esses apresentam um padrão de crescimento mais próximo do sigmoidal.

Embora os dois modelos tenham apresentado bons ajustes, o modelo Gompertz apresenta os melhores resultados, em relação ao modelo Logístico perante todos os critérios utilizados. As medidas de curvatura de Bates e Watts evidenciam a superioridade do modelo Gompertz, pois apresentam os menores valores da não linearidade tanto intrínseca ( $c^t$ ), quanto paramétrica ( $c^\theta$ ).

Como também pode ser observado nas Figuras 1 e 2, ambos os modelos foram capazes de descrever o acúmulo de massa fresca. No entanto, os ajustes do modelo Logístico ficaram um pouco comprometidos devido à simetria em relação ao ponto de inflexão desse modelo. Embora aconteça nas duas faces, fica mais bem evidenciado na Figura 2, pois, ao tentar manter essa simetria, o modelo Logístico não consegue descrever bem os dados da fase inicial de crescimento do fruto (chumbinho).

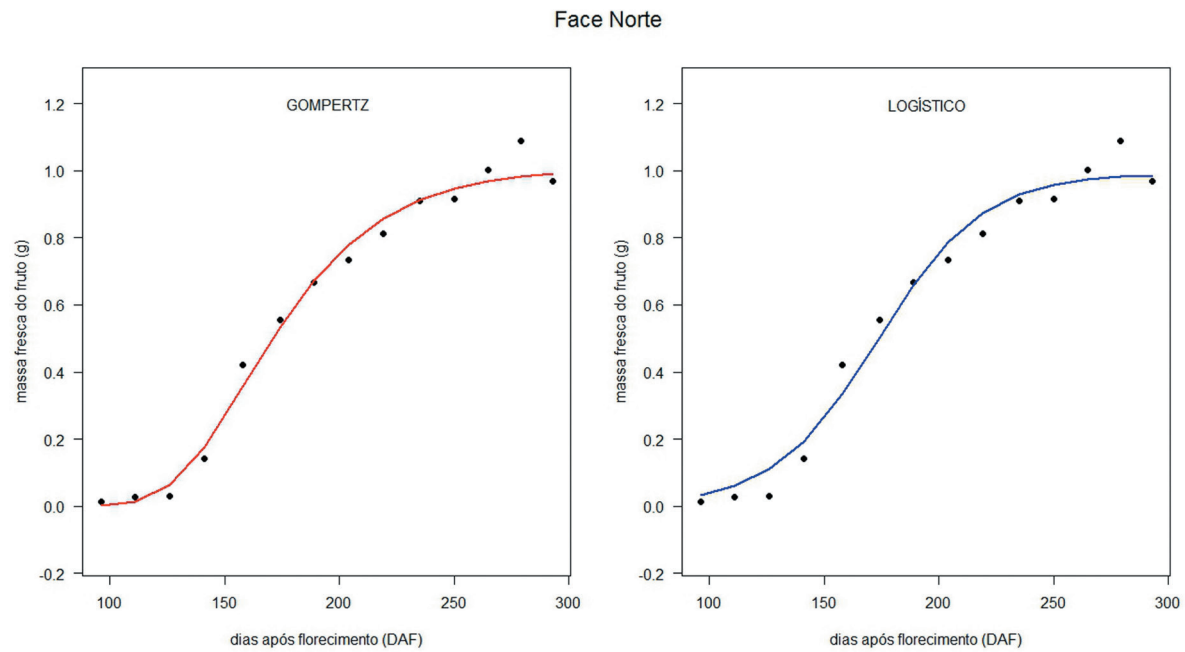
Observando as Figuras 1 e 2, é possível perceber um padrão de crescimento mais próximo do sigmoidal na face norte da planta e conseqüentemente, um melhor ajuste por ambos os modelos.

**TABELA 4** - Estimativas para os parâmetros dos modelos Gompertz e Logístico ajustados ao acúmulo de massa fresca dos frutos do cafeeiro, para as faces norte e sul de exposição ao sol, considerando variâncias heterogêneas (ponderados) e seus respectivos intervalos de confiança assintóticos de 95%.

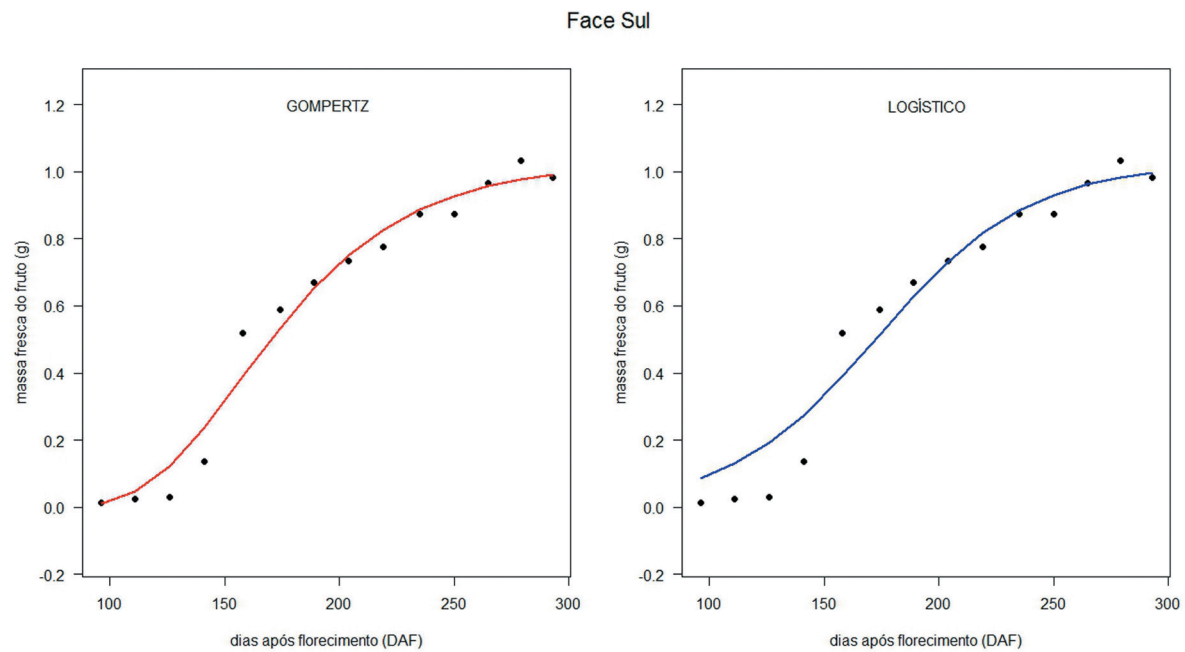
	Gompertz			Logístico		
	LI	estimativa	LS	LI	estimativa	LS
Face Norte						
$\alpha$	0,9300	1,0085	1,0870	0,9201	0,9912	1,0623
$\gamma$	3,8665	4,8416	5,8168	5,6845	7,6139	9,5432
$k$	0,0238	0,0303	0,0368	0,0321	0,0439	0,0556
Face Sul						
$\alpha$	0,9468	1,0261	1,1053	0,9512	1,0214	1,0915
$\gamma$	2,5784	3,8561	5,1338	3,3529	5,3170	7,2811
$k$	0,016	0,0246	0,0326	0,0194	0,0305	0,0417

**TABELA 5** - Critérios de avaliação da qualidade de ajuste para os modelos Gompertz e Logístico, ambos ponderados, nas diferentes faces de exposição ao sol.

Face	Modelo	$(R_a^2)$	AIC	$(c^t)$	$(c^\theta)$
Norte	Gompertz	0,9837	-40,42	0,21	0,62
	Logístico	0,9733	-31,40	0,22	0,73
	Gompertz	0,9673	-31,88	0,28	0,76
Sul	Logístico	0,9365	-27,43	0,30	0,89



**FIGURA 1** - Ajustes dos modelos Gompertz e Logístico, considerando a heterogeneidade de variâncias, para os dados de acúmulo de massa fresca da face norte da planta.



**FIGURA 2** - Ajustes dos modelos Gompertz e Logístico, considerando a heterogeneidade de variâncias, para os dados de acúmulo de massa fresca da face sul da planta.

Estes resultados indicam que o crescimento do fruto do cafeeiro, em massa fresca, não é simétrico em relação ao ponto de inflexão, característica do modelo Gompertz, ou seja, o ponto de inflexão ocorre antes que o fruto atinja a metade do seu peso assintótico  $\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ , indicando

que, na maior parte do desenvolvimento do fruto, as taxas de crescimento instantâneas são decrescentes.

#### 4 CONCLUSÕES

Os modelos não lineares Gompertz e Logístico se mostraram adequados na descrição da curva de crescimento em massa fresca do fruto do cafeeiro, cultivar Obatã IAC 1669-20, fornecendo parâmetros com interpretações práticas.

A incorporação da heterogeneidade das variâncias amostrais propiciou estimativas mais precisas para os parâmetros. Com base nos critérios utilizados, o modelo Gompertz ponderado é o mais indicado para descrever o crescimento do fruto do cafeeiro, em ambas as faces de exposição ao sol.

#### 5 AGRADECIMENTOS

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pela bolsa de Mestrado e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela bolsa de Doutorado, concedidas ao primeiro autor.

#### 6 REFERÊNCIAS

CAMARGO, A. P.; CAMARGO, M. B. P. Definição e esquematização das fases fenológicas do cafeeiro arábica nas condições tropicais do Brasil. **Bragantia**, Campinas, v. 60, n. 1, p. 65-68, 2001.

CONSELHO DOS EXPORTADORES DE CAFÉ DO BRASIL. **Resumo das exportações de café, 2011**. Disponível em: <<http://www.cecafé.com.br/>>. Acesso em: 7 jun. 2012.

CUNHA, A. R.; VOLPE, C. A. Curvas de crescimento do fruto de cafeeiro cv. Obatã IAC 1669-20 em diferentes alinhamentos de plantio. **Semina: Ciências Agrárias**, Londrina, v. 32, n. 1, p. 49-62, 2011.

DRAPER, N. R.; SMITH, H. **Applied regression analysis**. 3<sup>rd</sup> ed. New York: J. Wiley, 1998. 706 p.

FREITAS, A. R. Curvas de crescimento na produção animal. **Revista Brasileira de Zootecnia**, Viçosa, v. 34, n. 3, p. 786-795, maio/jun. 2005.

GAZOLA, S. et al. Proposta de modelagem não-linear do desempenho germinativo de sementes de milho híbrido. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 41, n. 4, p. 551-556, abr. 2011.

GUEDES, M. H. P. et al. Estudo das curvas de crescimento de cordeiros das raças Santa Inês e Bergamácia considerando Heterogeneidade de variâncias. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 28, n. 2, p. 381-388, mar./abr. 2004.

LAVIOLA, B. G. et al. Acúmulo de nutrientes em frutos de cafeeiro em quatro altitudes de cultivo: cálcio, magnésio e enxofre. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, Campinas, v. 31, n. 6, p. 1451-1462, maio 2007.

MAIA, E. et al. Método de comparação de modelos de regressão não-lineares em bananeiras. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 39, n. 5, p. 1380-1386, set./out. 2009.

MARTINS FILHO, S. et al. Abordagem bayesiana das curvas de crescimento de duas cultivares de feijoeiro. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 38, n. 6, p. 1516-1521, nov./dez. 2008.

MAZUCHELI, J.; ACHCAR, J. A. Algumas considerações em regressão não-linear. **Acta Scientiarum**, Maringá, v. 24, n. 6, p. 1761-1770, 2002.

MAZUCHELI, J.; SOUZA, R. M.; PHILIPPSSEN, A. S. Modelo de crescimento de Gompertz na presença de erros normais heterocedásticos: um estudo de caso. **Revista Brasileira de Biometria**, São Paulo, v. 29, n. 1, p. 91-101, 2011.

MAZZINI, A. R. de A. et al. Análise da curva de crescimento de machos Hereford. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 27, n. 5, p. 1105-1112, set./out. 2003.

\_\_\_\_\_. Curva de crescimento de novilhos Hereford: heterocedasticidade e resíduos autoregressivos. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 35, n. 2, p. 422-427, mar./abr. 2005.

PASTERNAK, H.; SHALEV, B. A. The effect of a feature of regression disturbance on the efficiency of fitting growth curves. **Growth, Development and Aging**, Lakeland, v. 58, n. 1, p. 33-39, 1994.

PEZZOPANE, J. R. M. et al. Escala para avaliação de estádios fenológicos do cafeeiro arábica. **Bragantia**, Campinas, v. 62, n. 3, p. 499-505, 2003.

PINHEIRO, J. C. et al. **Nlme**: linear and nonlinear mixed effects models. R Package Version 3.1-108. Disponível em: <<http://cran.r-project.org/web/packages/nlme/nlme.pdf>>. Acesso em: 10 fev. 2013.



R DEVELOPMENT CORE TEAM. **R**: a language and environment for statistical computing. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2013. Disponível em: <<http://www.r-project.org>>. Acesso em: 12 jun. 2013.

SÁGIO, S.A. **Características fisiológicas e bioquímicas de duas cultivares de café de ciclos de maturação precoce e tardio**. 2009. 46 p. Dissertação (Mestrado em Fisiologia Vegetal) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2009.

TERRA, M. F.; MUNIZ, J. A.; SAVIAN, T. V. Ajuste dos modelos Logístico e Gompertz aos dados de crescimento de frutos da tamareira-anã (Phoenix roebelenii O'BRIEN). **Magistra**, Cruz das Almas, v. 22, n. 1, p. 1-7, 2010.

ZEVIANI, W. M. et al. Modelos não-lineares para a liberação de potássio de esterco animal em latossolos. **Ciência Rural**, Santa Maria, v. 42, n. 10, p. 1789-1796, out. 2012.