

RENATO NUNES DA SILVA

**MODELO DE DECISÃO PARA “HEDGING”  
COM OPÇÕES DE VENDA SOBRE FUTUROS:  
APLICAÇÃO AOS MERCADOS DE CAFÉ E BOI GORDO**

Tese apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Economia Rural, para obtenção do título de “Doctor Scientiae”.

VIÇOSA  
MINAS GERAIS - BRASIL  
MAIO - 2000

RENATO NUNES DA SILVA

**MODELO DE DECISÃO PARA “HEDGING”  
COM OPÇÕES DE VENDA SOBRE FUTUROS:  
APLICAÇÃO AOS MERCADOS DE CAFÉ E BOI GORDO**

Tese apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Economia Rural, para obtenção do título de “Doctor Scientiae”.

APROVADA: 29 de setembro de 1999.

---

José Luís dos Santos Rufino

---

Danilo Rolim Dias de Aguiar

---

Wilson da Cruz Vieira

---

João Eustáquio de Lima  
(Conselheiro)

---

Maurinho Luiz dos Santos  
(Orientador)

## **AGRADECIMENTO**

À Universidade Federal do Acre (UFAC) e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Ensino Superior (CAPES), pela alocação dos recursos financeiros, sem a qual não me teria sido possível transformar em realidade esta pós-graduação.

À Universidade Federal de Viçosa (UFV), responsável pelo repasse dos ensinamentos que culminaram com a minha obtenção do grau de doutor.

## **BIOGRAFIA**

RENATO NUNES DA SILVA, filho de Otávio Nunes da Silva e Flonilda Assunção Silva, nasceu em Santa Luzia-BA, em 30 de junho de 1949.

Em 1970, concluiu o curso de Técnico Agrícola na Escola Média de Agricultura da Região Cacaueira (EMARC), em Uruçuca-BA. Em 1977, graduou-se em Economia, pela Universidade Federal do Acre, em Rio Branco-AC. Em 1981, concluiu o Mestrado em Planejamento na Universidade Federal do Pará, em Belém-PA.

De 1972 a 1978, foi Fiscal Rural do Banco da Amazônia S.A., em Rio Branco-AC; de 1989 a 1992, atuou como Secretário Municipal de Planejamento da Prefeitura Municipal de Rio Branco; e, em 1978, foi contratado pela Universidade Federal do Acre, como professor, onde atua até hoje. Em 1982, atuou como Coordenador do Curso de Economia da UFAC e, de 1982 a 1983, como Assessor de Planejamento na mesma Instituição.

## CONTEÚDO

	Página
EXTRATO .....	ix
ABSTRACT .....	xi
1. INTRODUÇÃO .....	1
1.1. O problema e sua importância .....	2
1.2. O mercado brasileiro de <i>commodities</i> .....	4
1.2.1. Origem e funcionamento das bolsas .....	6
1.2.2. A <i>commodity</i> café .....	8
1.2.2.1. O café no Brasil .....	9
1.2.3. A <i>commodity</i> boi gordo .....	14
1.3. Objetivos .....	19
2. OS MERCADOS DERIVATIVOS DE FUTUROS E OPÇÕES .....	21
2.1. Noções básicas sobre contratos futuros e de opções .....	27
2.1.1. Mercados futuros: noções e características intrínsecas .....	28

	Página
2.1.1.1. Eliminação do risco de crédito .....	29
2.1.1.2. Custo de carregamento .....	30
2.1.1.3. Relação entre preços a vista e futuros .....	31
2.1.1.4. Estratégias de atuação nos mercados futuros .....	33
2.1.2. Mercados de opções: noções e características intrínsecas .....	35
2.1.2.1. Tipos de opções .....	36
2.1.2.2. Classificação das opções que atendem à relação entre preço do ativo de base e preço de exercício .....	36
2.1.2.3. Lucros e perdas com estratégias que utilizam <i>calls</i> e <i>puts</i>	37
2.1.2.4. <i>Hedge</i> com opções .....	44
2.1.2.5. <i>Hedge</i> estático .....	44
2.1.2.6. <i>Hedge</i> dinâmico .....	45
2.1.2.7. Opções sobre futuros .....	46
2.2. O modelo binomial de avaliação de opções, em tempo discreto ...	47
2.2.1. Avaliação .....	49
3. METODOLOGIA .....	56
3.1. Referencial teórico .....	56
3.1.1. Valor esperado .....	60
3.1.2. Variabilidade .....	60
3.2. Modelo analítico .....	69
3.2.1. Parâmetros de Black & Scholes .....	77
3.2.2. Retorno esperado .....	77

	Página
3.2.3. Volatilidade .....	78
3.2.3.1. Volatilidade histórica .....	78
3.2.3.2. Volatilidade implícita .....	79
3.2.4. Indicadores de sensibilidade .....	81
3.2.4.1. Delta .....	81
3.2.4.2. Gama .....	82
3.2.4.3. Teta .....	83
3.2.4.4. Vega .....	84
3.2.4.5. Rô .....	84
3.2.5. Representação gráfica da formação do prêmio de uma <i>call</i> ....	85
3.2.6. Extensões do modelo .....	86
3.2.7. Vantagens do modelo .....	86
3.2.8. Desvantagens do modelo .....	87
3.2.9. Opções européias .....	87
3.2.10. Opções americanas .....	87
3.2.11. Avaliação de opções sobre futuros .....	88
3.2.11.1. Indicadores de sensibilidade às opções sobre futuros .....	89
3.3. Modelo de decisão sobre o <i>hedge</i> para produtores de café e boi gordo .....	90
3.3.1. Considerações preliminares .....	90
3.3.2. Procedimentos .....	92
3.3.2.1. Determinação do custo de produção .....	92

	Página
3.3.2.2. Preço de exercício .....	92
3.3.2.3. Incorporação do <i>hedge</i> ao custo de produção .....	93
3.3.2.4. Respaldo técnico à decisão de <i>hedge</i> .....	93
3.3.2.5. Determinação da volatilidade histórica .....	93
3.3.2.6. Indicadores estatísticos de assimetrias .....	94
3.3.2.6.1. Distorção .....	95
3.3.2.6.2. Curtose .....	97
3.3.2.6.3. Prêmio teórico .....	99
3.3.2.6.4. Prêmio de mercado <i>versus</i> volatilidade implícita .....	100
3.3.2.6.5. Cálculo dos indicadores de sensibilidade .....	104
3.4. Fonte de dados .....	106
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	108
4.1. O modelo na prática .....	108
4.2. Análise .....	108
4.2.1. Distorção .....	108
4.2.2. Curtose .....	109
4.2.3. Delta .....	110
4.2.4. Gama .....	110
4.2.5. Vega .....	111
4.2.6. Teta .....	111
4.2.7. Rô .....	111
4.3. Simulações .....	115



	Página
4.3.1. Cenário 1 .....	115
4.3.2. Cenário 2 .....	118
5. RESUMO E CONCLUSÕES .....	120
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	124
APÊNDICES .....	128
APÊNDICE A .....	129
APÊNDICE B .....	131
APÊNDICE C .....	132
APÊNDICE D .....	144
APÊNDICE E .....	147
APÊNDICE F .....	150
APÊNDICE G .....	152
APÊNDICE H .....	154
APÊNDICE I .....	159

## EXTRATO

SILVA, Renato Nunes da, D.S., Universidade Federal de Viçosa, maio de 2000.  
**Modelo de decisão para “hedging” com opções de venda sobre futuros: aplicação aos mercados de café e boi gordo.** Orientador: Maurinho Luiz dos Santos. Conselheiros: João Eustáquio de Lima e Sebastião Teixeira Gomes.

Neste trabalho, abordou-se a questão do risco de mercado que permeia a atividade agropecuária, alertando-se para a necessidade de os produtores rurais precaverem-se contra situações adversas, traduzidas em baixos preços das mercadorias quando estas chegam ao mercado, por ocasião das safras. Levou-se a efeito uma rápida abordagem histórica acerca do surgimento dos mercados organizados, suas origens e evolução, de modo geral, e, mais especificamente, foram tecidas considerações sobre o surgimento do mercado de opções, suas controvérsias e as causas da sua grande preferência pelos investidores, tanto *hedgers* como especuladores. Fez-se alusão ao surgimento e à evolução das Bolsas de Mercadorias brasileiras, destacando-se a importância das *commodities* café e boi gordo, sobre as quais se fez um retrospecto, incluindo-se origens, introdução no Brasil, evolução e, principalmente, importância no contexto da economia nacional. A discussão acerca das características e do funcionamento dos mercados futuros e de opções revelou-se de fundamental importância para

subsidiar a tese da *proteção contra o risco de preço*, por meio do *hedging* com opções de venda sobre futuros, para produtores de café e boi gordo. Discutiu-se também a aplicabilidade de modelos de avaliação de opções, em tempo discreto (modelo binomial) e em tempo contínuo (modelo de Black & Scholes). A metodologia utilizada teve como base teórica de sustentação a teoria de Von Newman acerca da predisposição dos agentes econômicos para arcarem com custos voltados para o gerenciamento de riscos associados ao desempenho de suas atividades produtivas, diretamente proporcional à probabilidade e ao nível de retorno esperado do empreendimento e inversamente proporcional ao grau de aversão ao risco do tomador de decisão. O modelo de Black & Scholes, considerado ideal para os objetivos deste trabalho, foi discutido em seus diversos aspectos e dele foram extraídos todos os elementos necessários à constituição da estrutura técnico-metodológica para configurar o modelo de decisão sobre *hedging* com opções, para produtores de café e boi gordo. Na discussão dos resultados, que incluiu a operacionalização do modelo de decisão, foram utilizados dados reais obtidos da BM&F e simulações, visando testar a consistência deste. Finalmente, foram explicitadas as conclusões do trabalho, que culminaram com a apresentação de uma tabela dinâmica em Excel, que permite aos usuários calcular os indicadores estatísticos e mercadológicos necessários à análise de decisão, bem como acompanhar a dinâmica do mercado de sua *commodity*, enquanto aguardam o melhor momento para efetivação do *hedging*.

## ABSTRACT

SILVA, Renato Nunes da, D.S., Universidade Federal de Viçosa, May 2000.  
**Decision model for “hedging” with options on futures applied to coffee and beef cattle.** Adviser: Maurinho Luiz dos Santos. Committee Members: João Eustáquio de Lima e Sebastião Teixeira Gomes.

This paper is concerned with the market risks involved in cattle raising and agricultural activities, focusing on the need of farmers to prevent against adverse situations, such as low price of harvest products at the market place. A historical summary was made of the creation and evolution of organized markets in general and, more specifically, of the emergence of the option market, its controversies and the reasons for its preference by investors, both “hedgers” and speculators. A reference was made to the emergence and evolution of the Brazilian stock market, with emphasis on the commodities coffee and beef cattle, followed by a retrospective of their origins, introduction in Brazil, evolution and, most of all, their importance within the national economic context. The discussion on the characteristics and functioning of the futures market and options market has been shown to be crucial to support the thesis of “protection-against-risk-of price” by means of hedging with “sale options on futures” for coffee and beef cattle producers. The applicability of models of evaluation of

options in discrete time (binomial model) and in continuous time (Black & Scholes Model) was also discussed. The methodology used was theoretically underlied by the Von Newman thesis on the economic agents' willingness to bear the responsibility of the costs involved in the management of the risks associated with their productive activities, directly proportional to the probability and level of return expected from the venture and inversely proportional to the degree of the decision maker's risk aversion. The Black & Scholes model, considered ideal for this work's objectives, was discussed in its various aspects and supplied all the elements necessary to build a technical-methodological structure of the decision-making model on hedging with options for coffee and beef cattle producers. The result discussions, included the applicability of the decision-making process, using BM&F real data and simulations to test BM&F's consistency. Finally, an Excel dynamic table was presented, which allows users not only to calculate the statistical and commercial indicators needed to analyse the decision-making process but also to observe the market dynamics of their commodity while waiting for the best moment for hedging.

## 1. INTRODUÇÃO

Diversos estudiosos<sup>1</sup> da problemática agrícola têm centralizado suas atenções na questão do produtor rural *hedger* e na administração dos riscos<sup>2</sup> por meio de níveis ótimos de *hedge*<sup>3</sup>. Essas análises têm sido embasadas na medição dos retornos esperados em um mundo de incertezas, utilizando-se medidas como média, variância e covariância de preços passados e previstos, para determinar o portfólio ótimo de um *hedging*.

Há consenso de que, na realização do *hedge*, o tomador de decisão sob condição de risco estabelece níveis ótimos para sua atividade nos mercados físico e futuro, considerando as taxas de retorno incertas. Sua atividade no mercado físico pode ser a aquisição de uma *commodity* ou a sua produção, enquanto no mercado futuro estará envolvido na tomada de posição *short* (vendido) ou *long* (comprado), por período determinado, mediante contrato específico.

---

<sup>1</sup> Ver, por exemplo, Heifner (1972), Peck (1975), Martinez (1989), Adler e Detemp (1988) e Martinez e Zering (1992), citados por PEREIRA (1996).

<sup>2</sup> Para Knight, citado por PINDYCK e RUBINFELD (1994), a *incerteza* refere-se a situações nas quais muitos resultados são possíveis, porém, cada um deles representa possibilidades desconhecidas de ocorrência. O *risco*, por sua vez, refere-se a situações nas quais se podem relacionar todos os possíveis resultados, conhecidas as probabilidades de ocorrência de cada um deles.

<sup>3</sup> Operação realizada no mercado de derivativos, com o objetivo de proteção contra a oscilação de preço.

## 1.1. O problema e sua importância

A causa responsável pelo estímulo em perseguir, como objetivo de pesquisa, uma alternativa de *hedging* para cafeicultores e produtores de boi gordo, por meio do mercado de opções sobre futuros, deve-se à percepção de que, dentre o grande número de obstáculos com os quais o produtor rural tem de conviver em suas lides para produzir e comercializar determinada *commodity*, dois deles têm especial destaque, pela frequência com que ocorrem e pela intensidade dos prejuízos que causam: 1) O *risco de produção*, relativo a perdas causadas por pragas e doenças, estiagens e outros fatores climáticos adversos, que pode ser remediado com uso de tecnologia adequada e aquisição de seguro; e 2) O *risco de preço*, mais difícil de ser minimizado, que corresponde ao fato de não se encontrar comprador ou preço compensador para o produto, por ocasião da colheita/abate de animais. Por outro lado, sabe-se que, com a crescente liberalização das economias e com a progressiva eliminação de políticas governamentais de sustentação dos preços agrícolas, maiores serão as flutuações a que estarão expostas as *commodities* agropecuárias, à medida que os programas de subsídios forem sendo reduzidos a cada ano, conforme determina o acordo dos países-membros da Organização Mundial de Comércio, assinado em abril/1994<sup>4</sup>. Esta nova realidade da economia mundial urge, pois, que agricultores e pecuaristas aprendam a lidar com os mercados futuros e de opções, como alternativas de seguro que protegem suas colheitas das flutuações de mercado. Em conferência sobre gerenciamento de risco na agricultura, realizada em Washington (EUA/94), deu-se enfática atenção ao fato de que "a lucratividade da agricultura é determinada muito mais nas capitais... do que nos campos"<sup>5</sup>. Os participantes chegaram a um consenso de que os cortes nos

---

<sup>4</sup> O acordo da Rodada do Uruguai, tomando por base os preços praticados em 1986/88, estabelece que: 1) Até o ano 2000, os países desenvolvidos deverão reduzir em 20% os subsídios à produção agrícola e em 36% os subsídios e taxas às exportações e importações, respectivamente; 2) Até o ano 2004, os países em desenvolvimento deverão reduzir em 13,3% os subsídios à produção agrícola e em 24% os subsídios e taxas às exportações e importações, respectivamente.

<sup>5</sup> GROENFELDT (1995).

subsídios e outras vantagens governamentais concedidas à agricultura levarão os agricultores, em escala crescente, a buscarem proteção de seus lucros nos seguros e *hedging* e que a sobrevivência dos empreendedores ligados ao setor agropecuário está a exigir desses agentes econômicos maior capacidade e preparo técnico para administração do risco de preço, via mercados organizados (Bolsas de Futuros), para suprir a ausência progressiva dos governos que, doravante, se fará sentir nessa área.

De acordo com informações veiculadas pela BM&F (HAURY, 1996), o mercado brasileiro de agropecuários tem apresentado aumento crescente em seu volume negociado, graças aos incentivos concedidos por aquela Bolsa de Mercadorias e à agressividade das Corretoras na busca de uma fatia desse mercado promissor. Uma das principais características dos ativos agropecuários é a sua alta volatilidade, fortemente afetada por fatores naturais, como geadas, chuvas e estiagens, além das variáveis de política econômica. As perspectivas de safras maiores ou menores no País ou no Exterior passam a ser também decisivas na formação dos preços.

Para prevenir-se contra os riscos de preço, uma boa alternativa ao alcance do empresário rural são os mercados de derivativos, tais como Contratos a Termo, Futuros e de Opções.

Conquanto exista razoável variedade de estudos, na área de mercados futuros, que abordam o *hedging* como instrumento de proteção contra riscos de preço para produtores rurais, o mesmo não acontece em relação ao Mercado de Opções, em que a atenção dos pesquisadores tem sido direcionada, quase que exclusivamente, à área financeira. Contudo, constata-se que as opções sobre futuros de ativos agropecuários contemplam amplas possibilidades para que produtores, mediante utilização de estratégias simples e baratas, possam proteger-se do risco de preço em condições semelhantes e até mais vantajosas que aquelas conseguidas com a prática do *hedging* no mercado futuro.

Para o produtor, a aquisição de um contrato de opção de venda funciona como garantia de preço mínimo para sua mercadoria, em data especificada. A administração desse contrato pelo produtor é relativamente simples, pois



envolve, de um lado, o pagamento do *prêmio* e do custo de transação e, de outro, o exercício ou não da opção, na data de vencimento do contrato, em função do valor existente na ocasião. Em contraste, numa operação que envolve a venda por meio do mercado futuro, o produtor necessitaria administrar o processo de ajustes diários, que pode ser relativamente custoso e incorrer em riscos de natureza financeira.

A administração do risco de mercado é de fundamental importância para o produtor rural, haja vista que sua receita está intrinsecamente ligada ao preço pelo qual ele pode vender sua colheita. Portanto, qualquer agricultor ou pecuarista avesso ao risco sempre encontrará disposição para fazer seguro de sua renda contra oscilações no preço de sua mercadoria, à época da comercialização. Isto, contudo, requer que o produtor esteja, deveras, ciente de que sua empresa está exposta a riscos além de seu controle, no caso, as oscilações no preço da sua mercadoria que podem afetar, em maior ou menor grau, a sua estabilidade econômica.

No mercado de opções não há negociação do produto, chamado ativo-objeto (café, soja, boi gordo, etc.), mas de direitos sobre ele. Opção é o direito de uma parte comprar ou vender à outra parte, até determinada data, uma quantidade do ativo-objeto, a um preço preestabelecido (BESSADA, 1994). Trata-se de um ativo derivado, pois depende do desempenho futuro de outro ativo. Uma característica que torna a opção muito interessante é a idéia de direito, e não de obrigação, de comprar/vender o ativo-objeto. Diferentemente de um contrato a termo ou futuro, o detentor da opção não é obrigado a adquirir/vender o ativo-objeto. Só o fará se quiser, o que implica, portanto, que ele somente irá exercer o seu direito de comprar/vender o ativo-objeto quando esta operação lhe parecer lucrativa.

## **1.2. O mercado brasileiro de *commodities***

A experiência brasileira com mercados futuros teve início em outubro de 1917, com a fundação da Bolsa de Mercadorias de São Paulo (BMSP), por

iniciativa de empresários paulistas ligados à exportação, ao comércio e à agricultura. Grande sucesso foi alcançado com a introdução das operações a termo, particularmente com as *commodities* café, boi gordo e algodão. Até 1980, negociou-se apenas com futuros de *commodities* agropecuárias, quando, então, foi instituído o primeiro contrato futuro de ativo financeiro, referenciado em ouro.

Em 1983, sob os auspícios da Bolsa de Valores do Rio de Janeiro (BVRJ)<sup>6</sup>, foi fundada a Bolsa Brasileira de Futuros (BBF) e, em 1985, criou-se, em São Paulo, a Bolsa Mercantil e de Futuros (BM&F), cujos pregões passaram a funcionar a partir de janeiro de 1986, oferecendo à negociação produtos financeiros em diversas modalidades operacionais.

Em maio de 1991, a Bolsa Mercantil de São Paulo (BMSP) fundiu-se com a Bolsa Mercantil e de Futuros, dando origem à Bolsa de Mercadorias de São Paulo, que manteve a sigla BM&F. Em junho/1997, nova fusão veio a ocorrer. Desta vez, a Bolsa Brasileira de Futuros (BBF), sediada no Rio de Janeiro, uniu-se à Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F), mantendo o nome e a sigla desta última. Esta fusão veio a fortalecer, decisivamente, o mercado nacional de *commodities*, consolidando a BM&F como o principal centro de negociação de derivativos do MERCOSUL.

Atualmente, no Brasil, funcionam apenas os Mercados de Opções Agrícolas de Café e de Boi Gordo, estando ausentes importantes *commodities* nesta modalidade de mercado, como é o caso da soja e dos derivados do milho, da laranja e do suco congelado, do açúcar e do algodão, que participam de dinâmicos Complexos Agroindustriais, podendo propiciar grande desenvolvimento a estes mercados.

---

<sup>6</sup> A Bolsa de Valores do Rio de Janeiro é a mais antiga do Brasil; em seus primórdios, negociava títulos públicos, moedas e mercadorias. O primeiro regulamento sobre o seu pregão veio com a Lei n.º 6.132, de 04 de março de 1876.

### 1.2.1. Origem e funcionamento das bolsas

As Bolsas de Mercadorias nasceram de mercados onde se compravam e vendiam mercadorias a vista. À medida que esses mercados foram aumentando de dimensão, com mais compradores e vendedores, foram se tornando mais líquidos, e os agentes envolvidos foram adquirindo maior confiança, certos de estarem pagando ou obtendo melhores preços pelos seus produtos. Das transações em dinheiro passou-se aos negócios para entrega futura e, daí, para a compra de contratos a termo (EID JÚNIOR, 1995).

Atualmente, muitos produtos são negociados por meio dos mercados futuros espalhados pelo mundo, e o volume monetário das operações (em dólares), freqüentemente, rivaliza-se com o das maiores Bolsas de Valores do planeta. Tal como acontece nos mercados de valores, as Bolsas de Mercadorias, além de estabelecerem, mediante oferta e procura, cotações em pregão público, executam outras funções úteis aos *hedgers* e aos especuladores. Atuam como canais de informações, deixando ver o que se passa com diversos produtos através do mundo e o que afetará seus preços. Além disso, as Bolsas padronizam os diversos lotes, a fim de que a negociação básica inclua a mesma quantidade de mercadorias. Quando um contrato futuro se torna vencido, as Bolsas garantem a qualidade dos produtos a serem entregues, assegurando aos compradores a obtenção daquilo que compraram e aos vendedores o recebimento das importâncias que lhes são devidas. As Bolsas regulam, também, as negociações, evitando abusos e garantindo lealdade e honestidade, mediante adoção de códigos de conduta ética e de arbitragem de conflitos. Finalmente, apresentam-se como pontos centrais sobre os quais o governo pode exercer vigilância, com vistas na proteção do interesse público.

As transações nas Bolsas de Mercadorias são feitas por meio de contratos específicos, em que cada um deles estipula não só o tipo de produto envolvido, mas também o mês em que deve ser entregue. Cada contrato inclui uma quantidade padronizada de mercadoria. Além disso, diferentemente de um contrato a vista, um contrato futuro utiliza sempre qualidade padronizada para as

mercadorias. Isto, contudo, não significa que o *hedger* tenha, necessariamente, que se subordinar à qualidade padronizada, uma vez que, raramente, as transações a futuro são liquidadas pela entrega física da mercadoria.

O objetivo da Bolsa é dar segurança aos compradores e vendedores, por ocasião dos contratos firmados. O objetivo do contrato padronizado em si é fazer com que as variações do preço traduzam mais facilmente as flutuações em valores, sem o problema da conversão dos movimentos de preços por meio do complexo sistema das diferenças na qualidade e nas quantidades.

Como já se mencionou, raramente uma mercadoria que é objeto de um contrato a termo é entregue ou movimentada fisicamente; em vez disso, os *warrants* ou outros documentos representativos dos direitos dos vendedores são enviados aos compradores. Esses documentos são acompanhados de certificados oficiais de qualidade; ao chegarem às mãos do comprador, o valor mencionado no contrato deve ser pago integralmente. Além disso, pode ocorrer que algumas mercadorias tenham de ser entregues em outro local que não aquele em que se encontra a Bolsa e, então, o preço refletirá esse fato, ou seja, o custo de colocação no local de entrega apropriado.

Do ponto de vista do *hedger*, o principal objetivo do mercado futuro é a prevenção contra riscos provenientes da variação de preços. Apenas pequena parcela dos contratos futuros é liquidada pela entrega física da mercadoria. Via de regra, um contrato futuro de determinado sentido tem sua contrapartida num contrato de sentido oposto. Para liquidar um contrato por meio do qual determinada quantidade de mercadoria é adquirida, o comprador apenas vende, em Bolsa, um contrato de quantidade e mês equivalente ao anterior. Para se contrapor a um contrato de venda de um produto, é suficiente que o vendedor compre na Bolsa um contrato de características idênticas. Esta negociação nos dois sentidos liquida, amplamente, a posição do negociante na transação.

Uma vez que os contratos para entrega futura são um instrumento, para o negociante, representativo de transações que serão devidas no futuro, podem ser comprados e vendidos independentemente de o *hedger* possuir a mercadoria ou de a pretender. Isto torna o mercado futuro acessível aos especuladores, uma vez

que eles comprem sempre que pensam que os preços irão subir, esperando obter lucro quando realizarem a venda. Do mesmo modo, vendem no mercado futuro quando pensam que os preços irão cair, na expectativa de voltarem a comprar posteriormente, a preços mais baixos.

Para os *hedgers*, a utilização do mercado futuro é basicamente a mesma. A diferença essencial é que eles, realmente, possuem a mercadoria para vender ou desejam comprá-la. Se possuem a mercadoria e receiam que o preço caia antes que ela possa ser vendida, vendê-la-ão no mercado futuro, de modo a obterem um lucro e compensarem o baixo preço quando por ocasião da entrega. Se há necessidade de adquirir um bem e receiam que o preço suba antes que ele possa ser comprado, comprá-lo-ão no mercado futuro, de modo a obterem um lucro que equipare ao preço mais elevado que terão de pagar pelo bem no mercado a vista.

### **1.2.2. A commodity café**

Reconhecida como uma das bebidas mais populares do mundo, o café está entre as commodities de maior importância mundial em termos do volume financeiro que é movimentado em sua comercialização.

Entre as regiões produtoras há uma divisão quanto ao tipo de café produzido. Existem dois tipos básicos de café: arábica e robusta (este último também conhecido como conilon). A variedade robusta, adaptada a regiões de baixa altitude e de maior umidade, é produzida em países da África, Ásia e também no Brasil (neste último, nos Estados do Espírito Santo e Rondônia). Seu preço no mercado internacional é bem inferior ao do café arábica e seu sabor neutro favorece a fabricação dos blenders utilizados na indústria de café solúvel.

Na América do Sul produz-se, principalmente, o café arábica, que necessita de climas mais secos e altitude superior a 800 metros. Aí, também, estão localizados os maiores produtores mundiais, Brasil e Colômbia, que, juntos, representam 42% de toda a produção mundial (28% e 14%, respectivamente).

### **1.2.2.1. O café no Brasil**

Remonta ao ano de 1727, quando o sargento-mor Francisco de Melo Palheta, que esteve na Guiana Francesa como mediador de conflito entre esta e a Guiana Holandesa, no seu retorno ao Brasil, trouxe algumas mudas de cafeeiro que foram plantadas em Belém do Pará. A partir de Belém, o café migrou para o Maranhão e estados vizinhos, chegando à Bahia, em 1770. Em 1774, a cultura alcançou o Rio de Janeiro e, por volta de 1825, São Paulo e Minas Gerais. Posteriormente, de 1835 a 1840, chegou à região de Campinas e Ribeirão Preto, caminhando para o oeste paulista, para, em 1920, chegar a Alta Paulista e Alta Sorocabana (TAGLIALEGNA, 1998).

No passado, a cafeicultura brasileira caracterizou-se como nômade, devido ao fato de as lavouras somente serem plantadas em terras férteis e cultivadas até o esgotamento do potencial natural dos solos. Entretanto, a constante procura por mais terras de alta fertilidade fez do café uma cultura social por excelência, promovendo a formação de cidades, fixando mão-de-obra, atraindo empresas de comércio e prestadoras de serviços, enfim, gerando riqueza. Assim aconteceu no oeste paulista, norte do Paraná, Alta Paulista, Mogiana, Zona da Mata mineira e sul de Minas.

Atualmente, tecnologias diversas encontram-se incorporadas à cafeicultura, visando ao controle e à alteração de fatores que influenciam o processo produtivo como, por exemplo, correção do solo, melhoramento genético e controle de pragas e doenças, permitindo a fixação de lavouras em solos pobres e, desta forma, pondo fim à identidade nômade.

Mediante o desenvolvimento e a incorporação de novas tecnologias, a fertilidade natural dos solos deixa de ser o requisito básico para a escolha das áreas de cultivo. A partir de então, a preferência volta-se para as áreas de topografia plana, onde a mecanização é facilitada. Assim, inicia-se o movimento de fuga das regiões sujeitas às geadas, rumo às regiões de Franca, Alto Paranaíba e Triângulo Mineiro. Torna-se, agora, patente que os requisitos básicos para escolha das novas áreas de plantio são as condições climáticas e a topografia,

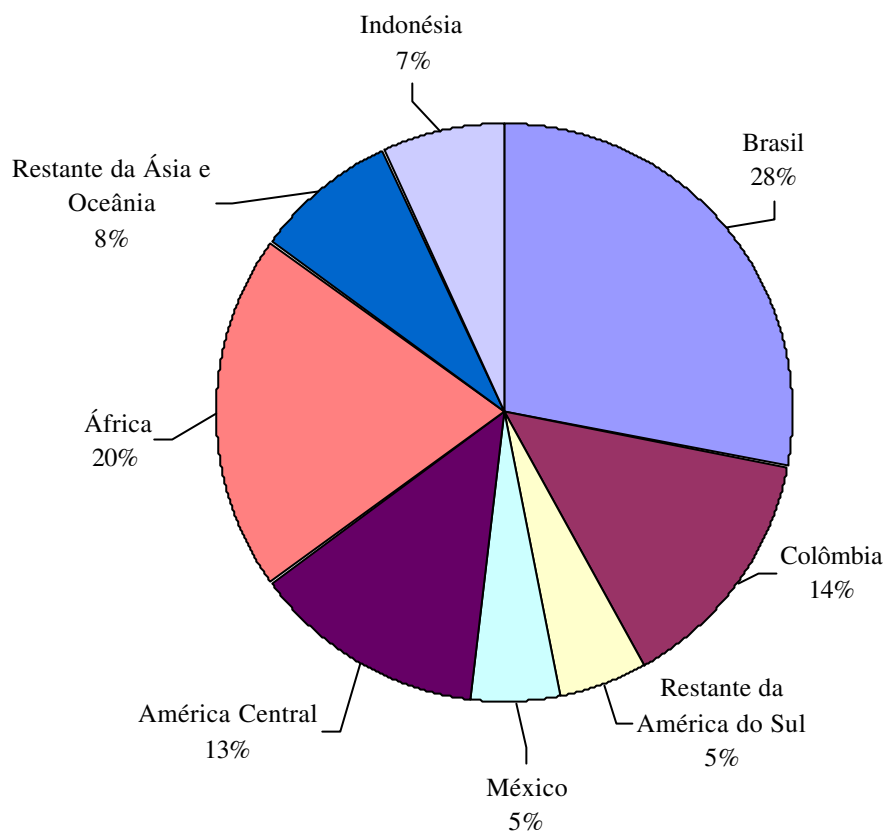
somadas aos diversos fatores que compõem o desenvolvimento tecnológico, como correção do pH dos solos, controle fitossanitário e irrigação, entre outros. O resultado dessa nova postura é traduzido sob a forma de alta produtividade e maior eficiência das operações que compõem o processo produtivo e atenuação dos riscos a que está sujeito o empreendimento.

Na moderna cafeicultura, controlam-se, de maneira eficiente, os fatores passíveis de interferência do homem, incluindo-se o domínio pleno da fisiologia da planta e maior precisão na interpretação de dados meteorológicos. O conhecimento do mercado e a adoção de políticas estratégicas completam a fisionomia da cafeicultura empresarial moderna.

A cafeicultura brasileira é uma das mais importantes atividades da economia agrícola do País. Sua demanda mundial crescente levou à grande expansão da cultura, que deixou de ter caráter essencialmente rural e passou a ser fonte de recursos para urbanização e industrialização.

Conforme se observa na Figura 1, o Brasil é o maior produtor mundial de café, com 28% da produção mundial, seguido da Colômbia, com 14%, e da Indonésia e do México, com 7% e 5%, respectivamente. A África participa com 20% do mercado, sendo seu maior produtor a Costa do Marfim, enquanto a América Central produz 14%.

Com relação às exportações mundiais de café, estimadas em 70 milhões de sacas, o Brasil ocupa, também, o primeiro lugar, com cerca de 18 milhões de sacas, equivalentes a 26% do total das exportações, enquanto a Colômbia ocupa o segundo lugar nesse *ranking*, exportando cerca de 12,5 milhões de sacas, equivalentes a 18%. Quanto ao consumo dessa *commodity*, os Estados Unidos ocupam o primeiro lugar, com 18,4 milhões de sacas/ano, seguidos do Brasil, com 10 milhões de sacas/ano. Em 1977, os preços do café atingiram as maiores cotações no mercado internacional, fato que foi decisivamente influenciado pelos estoques mundiais que registraram o mais baixo nível de que se tem conhecimento, aliado à drástica queda na produção brasileira, em consequência de geadas ocorridas nas principais regiões produtoras, no ano de 1974, as quais



Fonte: TAGLIALEGNA (1996).

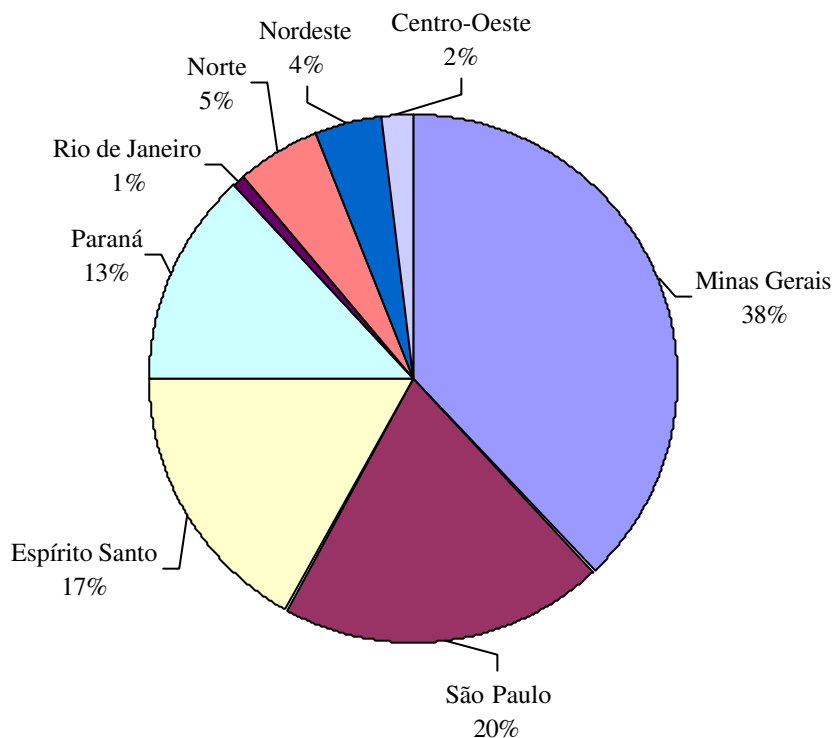
Figura 1 - Distribuição da produção mundial de café (média), 1986/95.

dizimaram parte considerável dos cafezais, configurando, assim, o cenário que determinou a histórica alta de preços naquele ano (TAGLIALEGNA, 1996).

É inquestionável a importância da cafeicultura para a economia brasileira. No plano interno, destaca-se, como maior produtor, o Estado de Minas Gerais, que, no período 1985/94, produziu em média 38% do café em coco brasileiro. Esta produção está concentrada principalmente no sul do Estado, mas, nos últimos anos, também vem se destacando o cerrado mineiro, cuja cafeicultura é irrigada. Em segundo lugar está São Paulo (20%), com destaque para a região mogiana e oeste; em seguida, Espírito Santo, com 17% (maior produtor da variedade robusta). O Paraná é o quarto maior produtor, com 13% do café



nacional (terceiro, se for considerada apenas a variedade arábica). Juntos, Minas Gerais, São Paulo, Espírito Santo e Paraná, produzem 88% do café brasileiro, conforme se visualiza na Figura 2.



Fonte: TAGLIALEGNA (1996).

Figura 2 - Distribuição da produção brasileira de café em coco (média), 1986-1995.

O café tem elevado risco de preço para produtores, torrefadores, comerciantes e exportadores, visto que movimenta cerca de 3,5 bilhões de dólares por ano somente na produção, sem considerar o valor agregado de beneficiamento e de serviços envolvidos. A Bolsa de Mercadorias de São Paulo começou a negociar café, a futuro, em 1978; naquele ano, foram transacionadas

728.600 sacas, volume que cresceu e atingiu 15,7 milhões de sacas em 1986 (ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DA INDÚSTRIA DE CAFÉ - ABIC, 1998).

Estatísticas publicadas pela BOLSA DE MERCADORIAS E FUTUROS - BM&F (1998), revelam que, no ano de 1996, os negócios futuros com café atingiram 11,6 milhões de sacas e funcionaram, principalmente, como instrumento de *hedge*, utilizado pelos agentes econômicos como um seguro de preço transparente, de baixo custo e de rápida execução. No ano de 1998, esses agentes econômicos participaram muito mais ativamente das negociações a futuro, na BM&F, quando foram negociados 198.547 contratos futuros (crescimento de 89%, em 1997), atingindo um volume financeiro superior a 2,7 bilhões de dólares (US\$ 2.726.484.000) e 17.921 contratos de opções (US\$ 28,59 milhões). Nesse ano, o volume negociado na BM&F chegou a 22 milhões de sacas de café, equivalentes a 67% da safra.

Segundo informações divulgadas pela BM&F (Informativo “Notícias BM&F”, fev./99), toda a cadeia do café se beneficiou desse aumento no volume de negócios. Os produtores aproveitaram os bons preços, de janeiro a junho e agosto, e a sinalização para 1999, de outubro de 1998 em diante, para fazer *hedge* e vender a futuro. Os torrefadores e exportadores fixaram preços futuros. Os financiadores tiveram ótimas oportunidades, ao comprarem café antecipadamente por meio das CPRs<sup>7</sup> e, simultaneamente, ao venderem a futuro na BM&F, garantindo rentabilidade e ajudando a financiar a cafeicultura.

As cotações do café sofrem muitas variações ao longo do tempo. Como ocorre com toda *commodity* agrícola, sua produção está sujeita às influências climáticas que se refletem, diretamente, nos preços. Em anos em que há fortes geadas ou secas prolongadas nas principais regiões produtoras, o comportamento do mercado reflete esses fenômenos sob a forma de alta de preços, no período de safra. Com relação à sazonalidade, observa-se que, durante os meses de safra (junho a agosto), a média dos preços é baixa. São meses em que há grande oferta

---

<sup>7</sup> Cédulas do produto rural.

do produto, dada a necessidade de os produtores se capitalizarem para honrar os compromissos decorrentes da própria safra (TAGLIALEGNA, 1996).

A entressafra ocorre no primeiro semestre do ano e coincide com o período de inverno no hemisfério norte, onde há maior consumo de café. Esse fato faz com que os preços se mantenham relativamente mais altos até o mês de maio. Outro fator determinante dos preços do café são os níveis do estoque mundial. Quando esses estoques estão baixos, os preços são maiores e vice-versa. Outro fator que também afeta o nível de preços é a variação na produção de café ao longo dos anos, que, por sua vez, é afetada por condições climáticas, por políticas governamentais e pelo próprio preço. Porém, devido ao caráter perene da planta, a resposta da produção a fatores exógenos ocorre no longo prazo, isto é, quando os preços estão muito baixos, os produtores tendem a diminuir os tratamentos culturais das lavouras e até mesmo a abandonar a atividade. Isso leva à redução da área cultivada e da produção que, por sua vez, desencadeia um novo ciclo de alta de preços. Os preços em alta induzem à formação de novas lavouras que, após três a quatro anos, começam a produzir, reiniciando o ciclo.

### **1.2.3. A commodity boi gordo**

O rebanho bovino de corte, em nível mundial, é estimado em cerca de 1,05 bilhão de cabeças. A Índia ocupa o primeiro lugar nesse *ranking*, com, aproximadamente, 274 milhões de cabeças, seguida do Brasil, com cerca de 153 milhões de cabeças, equivalentes a 15% do rebanho mundial. Segundo estimativa do IBGE (Censo Agropecuário, 1996), o Brasil produz cerca de 5 milhões de toneladas de carne bovina por ano, cuja receita equivale a 8,7 bilhões de dólares. De acordo com o Conselho Nacional de Pecuária de Corte (Tabela 1), nos últimos quatro anos (1995 a 1998), as exportações situaram-se no patamar de 4,3 a 5,2% da produção. Nesse mesmo período, o consumo interno cresceu de 5,8 milhões de toneladas (em 1995) para 6,6 milhões, em 1998, acompanhando a evolução do consumo per capita que, de 36,7 kg, em 1995, se elevou para 40,0 kg, em 1998.

Tabela 1 - Balanço da pecuária de corte brasileira, 1995 a 1998

Item do balanço	1995	1996	1997	1998
Rebanho (milhões de cabeças)	1.61,2	1.64,3	167,6	171,0
Desfrute do rebanho (%)	16,7	17,8	17,4	17,6
Abate (milhões de cabeças)	26,9	27,9	29,1	30,2
Produção de carne (mil ton.)	5.813,9	5.918,7	6.402,0	6.664,0
Consumo per capita (kg)	36,7	37,3	39,1	40,0
Consumo interno (mil ton.)	5.719,0	5.879,5	6.243,4	6.474,0
Exportação (mil ton.)	285,1	278,4	276,8	332,2
Importação (mil ton.)	190,2	176,2	118,2	102,5

Fonte: Conselho Nacional de Pecuária de Corte (1999).

Conforme dados da Tabela 1, a produção nacional de carne bovina em 1998, em relação ao ano anterior, cresceu 4,09%, atingindo 6.664 milhões de toneladas, crescimento que se deu basicamente no Centro-Oeste, onde os efetivos estão em rápida expansão. Teve peso significativo o aumento da produção na entressafra, cuja produção superou 1,5 milhão de cabeças, entre confinadas, semi-confinadas e em pastoreio, de pastagens de inverno. A produção ficou mais ajustada à demanda, principalmente devido ao encarecimento das importações da Argentina e do Uruguai e à expansão das exportações brasileiras. As importações sofreram queda de 13,28%, enquanto as exportações experimentaram incremento de 20%, gerando receita de US\$ 588,4 milhões, que representou acréscimo de 35% em relação ao ano anterior. Com isso, os preços, em todos os segmentos do mercado, mantiveram-se estáveis. A estabilidade do consumo e a maior concorrência do frango impediram que a situação fosse mais favorável aos pecuaristas. As previsões para 1999 são de moderado crescimento, podendo até haver estabilidade, pois os principais agentes estão pouco otimistas com relação ao mercado e os investimentos realizados não indicam possibilidade de expansão significativa.

A retração das vendas argentinas, principalmente de cortes nobres, foi apontada como o principal fator para o bom desempenho do mercado brasileiro, que ganhou espaço vendendo mais para a União Européia (principalmente Itália e França), Oriente Médio, Chile e África Portuguesa. Os principais atores (pecuaristas, frigoríficos, supermercados, etc.) da cadeia da carne bovina acreditam que haverá, em 99, forte incremento das exportações, que deverão se aproximar das 500 mil toneladas, com um faturamento estimado em US\$ 800 milhões. O incremento previsto dar-se-á, de um lado, pelo aumento da competitividade do produto brasileiro e, de outro, pela continuidade das dificuldades de suprimento por parte da Argentina. Outro fator de peso, a ser considerado no mercado de carnes em 1999, é a importação de carne bovina. A tendência de queda, iniciada no ano passado, deve-se intensificar. Para 1999, a expectativa é de que este volume de importações caia para níveis inferiores a 80 mil toneladas. Ao se considerarem o aumento das exportações de carnes em geral e a forte retração nas importações de carne bovina, tanto os preços recebidos pelos criadores como as cotações nos segmentos a frente devem se apresentar melhor do que no ano passado.

O rebanho bovino brasileiro<sup>8</sup> encontra-se bastante pulverizado por todas as unidades da Federação, conforme Tabela 2, na qual se pode observar que a maior parcela está localizada no Estado de Minas Gerais, com, aproximadamente, 20,05 milhões de cabeças, seguido do Mato Grosso do Sul e de Goiás, com 19,75 milhões e 16,49 milhões de cabeças, respectivamente. São Paulo aparece em sexto lugar como produtor, com 12,3 milhões de cabeças. Contudo, pelo fato de ser o maior centro consumidor do País, constitui o principal ponto de formação de preço.

---

<sup>8</sup> Com relação ao efetivo rebanho bovino brasileiro de corte, para o ano de 1996, observa-se que há um conflito entre os dados do IBGE (Tabela 2.1 → 153.058.275 de cabeças) e os dados do Conselho Nacional de Pecuária de Corte (Tabela 2.1 → 164.300.000 cabeças).

Tabela 2 - Rebanho bovino brasileiro, por unidade da Federação, 1996

Unidade Federativa	Número de cabeças	% do total
Total Brasil	153.058.275	100,00
Acre	847.208	0,55
Alagoas	968.462	0,63
Amapá	59.700	0,04
Amazonas	733.910	0,48
Bahia	8.729.953	5,70
Ceará	2.382.474	1,56
Distrito Federal	85.615	0,06
Espírito Santo	1.788.748	1,17
Goiás	16.488.390	10,77
Maranhão	3.902.609	2,55
Mato Grosso	14.438.135	9,43
Mato Grosso do Sul	19.754.356	12,91
Minas Gerais	20.044.616	13,10
Pará	6.080.431	3,97
Paraíba	1.327.826	0,87
Paraná	9.900.885	6,47
Pernambuco	1.930.672	1,26
Piauí	1.704.389	1,11
Rio de Janeiro	1.813.743	1,19
Rio Grande do Norte	954.347	0,62
Rio Grande do Sul	13.221.297	8,64
Rondônia	3.937.291	2,57
Roraima	399.939	0,26
Santa Catarina	3.097.351	2,02
São Paulo	12.306.790	8,04
Sergipe	940.996	0,62
Tocantins	5.218.142	3,41

Fonte: IBGE (Censo Agropecuário, 1996).

De acordo com projeções feitas pelo Departamento de Agricultura dos Estados Unidos (USDA)<sup>9</sup>, a produção de carne bovina brasileira deverá crescer 2,6%, em 1999. Segundo esse relatório, a alta na produção seria provocada pelo aumento das exportações resultante da desvalorização do real, que também iria provocar melhor retorno ao produtor, mesmo com o mercado doméstico estável. O relatório informa, ainda, que o aumento da produção será registrado com maior intensidade na região Centro-Oeste, onde quase todo o gado é criado em pastos, de forma extensiva. A previsão é de que as exportações de carne devam crescer 25%, em 1999.

Essa estimativa levou em conta o fato de que os preços da carne argentina continuam elevados e que o Brasil continua sendo beneficiado pela vantagem cambial. No geral, o relatório do USDA (veja nota 7) prevê que a desvalorização do real seja benéfica para o setor de carnes. No entanto, à expansão da produção de carnes contrapõe-se a possibilidade de retração do consumo, devido à recessão econômica e aos altos índices de desemprego que poderão forçar o consumidor a comprar outras carnes.

Dados da ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DAS INDÚSTRIAS EXPORTADORAS DE CARNE - ABIEC (1999) indicam que as exportações brasileiras de carne bovina devem totalizar, neste ano de 1999, valores de US\$ 700 milhões a US\$ 750 milhões, o que representa um aumento de 25%, quando comparado ao volume exportado no ano passado. O principal mercado para a carne brasileira continua sendo a Europa, mas alguns novos mercados que se empenham muito à procura de melhores preços, como o leste europeu, sudeste asiático e países do Oriente Médio, podem surpreender os exportadores brasileiros com compras além do esperado.

Com base nas análises anteriores, é lícito afirmar que as *commodities* café e boi gordo têm destacada importância econômica no contexto da economia nacional, suficiente para justificar qualquer esforço acadêmico para otimizar a

---

<sup>9</sup> Publicação da Comissão Nacional de Pecuária de Corte da Confederação Nacional da Agricultura (CNA), divulgada pela Internet, site da Folha de São Paulo, jan./99.

comercialização desses produtos, com vistas na redução do risco de preço e na garantia de maior estabilidade da renda para os produtores.

### 1.3. Objetivos

Este estudo tem o objetivo geral de demonstrar as vantagens de um seguro de preço obtido por meio de estratégias com opções, para cafeicultores e pecuaristas. Pretende-se desenvolver e implementar um Modelo de Decisão para produtores de café e boi gordo, com base em indicadores mercadológicos que possibilitem a esses agentes econômicos a utilização adequada do mercado derivativo de *Opções sobre Futuros* como alternativa para administração do risco de preço a que, normalmente, estão expostos produtores de *commodities* agropecuárias.

Especificamente, pretende-se:

- a) Abordar, de maneira clara e objetiva, o funcionamento dos mercados organizados e demonstrar que estes são alternativa eficiente e pouco dispendiosa ao alcance dos produtores, como alternativa de administração do risco de preço;
- b) Demonstrar, por meio da montagem de estratégias com opções agropecuárias, que é possível, mediante esse mecanismo, assegurar proteção contra oscilações bruscas de preços, de modo a otimizar a comercialização das *commodities*, garantindo maior estabilidade econômica e renda mínima aos agentes envolvidos;
- c) Tornar possível a utilização de um instrumental técnico sofisticado (o modelo Black & Scholes), por meio de uma planilha dinâmica, trabalhada em Excel, na qual todos os elementos da formulação Black & Scholes sejam facilmente operacionalizados, de modo a tornar possível o cálculo dos indicadores necessários à análise de decisão sobre o *hedging*, de maneira imediata, pela simples substituição de variáveis observadas no mercado por células previamente especificadas; e



d) Demonstrar a consistência do modelo, mediante análises com dados reais obtidos da BM&F e simulações, com vistas na comprovação de que o Mercado de Opções sobre Futuros é um mecanismo de administração de risco que atende, amplamente, às necessidades dos produtores rurais, especificamente cafeicultores e criadores de gado de corte.

## 2. OS MERCADOS DERIVATIVOS DE FUTUROS E OPÇÕES

O mercado de futuros é o que proporciona maior alavancagem no mundo dos negócios. FORBES (1994:3) reportou-se a ele como

*... um mercado fascinante, onde é possível comprar sem ter dinheiro e vender sem ter a mercadoria; em que menos de 2% das operações são liquidadas pela entrega física do bem transacionado; onde a especulação, mais do que tolerada ou desejável, é imprescindível.*

Os princípios básicos que disciplinam a negociação com futuros e as funções das Bolsas de Mercadorias, tal como hoje se conhece, remontam à idade antiga. Segundo a CHICAGO BOARD OF TRADE (1985), na Grécia e na Roma antigas, esses mercados já haviam atingido certo grau de formalização, com tempo e lugar determinados para negociar, mercado localizado, sistemas comuns de troca e de moeda, além da prática de contratar para entrega futura. As civilizações antigas ruíram, mas os princípios fundamentais de um mercado central sobreviveram à Idade Média, não obstante a destruição do fluxo de comercialização ampla.

A origem da palavra Bolsa (em seu sentido comercial e financeiro) está, para muitos, na cidade de Bugres, na Bélgica. O seu nome viria de Van der Burse, proprietário da casa onde, normalmente, se reuniam muitos comerciantes para realização de negócios.

Em 1141, Luís XII instalou a Bourse de Paris. Em 1698, foi criada a Bolsa de Fundos Públicos de Londres. A Bolsa de Nova Iorque surgiria em 1792. Apesar disso, o número de sociedades por ações era mínimo no século XVIII, limitando-se àquelas existentes para compra e venda de moedas, de letras de câmbio e de metais preciosos. A Suíça, por exemplo, só fundou a sua primeira Bolsa de Valores em 1850, em Genebra. Somente 20 anos depois foi criada a Bolsa de Zurique, organizada sob a inspiração da Associação Livre de Mercadorias e Industrial da cidade (NORONHA, 1995).

Durante os tempos feudais, a prática dos negócios previamente anunciados ficou restrita a mercados locais, espalhados irregularmente por diferentes regiões. A partir de então, evoluíram e ressurgiam sob a forma de feiras medievais, onde a instalação de mercados em datas e lugares era anunciada com antecedência. Essas feiras eram organizadas por associações de mercadores e artífices (à época, conhecidos como *pieds podrés*), que, auxiliados por autoridades políticas, viajavam, de cidade em cidade, para promover esses eventos.

Na Inglaterra, a formalização dessa prática de comércio deu origem à especialização, de modo que algumas feiras se transformaram em centros de comércio entre ingleses e flamengos, espanhóis, italianos e franceses. Em 1215, por meio da Magna Carta, os mercadores estrangeiros foram beneficiados com o direito de participarem das feiras inglesas. De acordo com os registros históricos disponíveis (CHICAGO BOARD OF TRADE, 1985), no século XIII, a maior parte dos negócios realizados nas feiras e centros de comércio era a vista (disponível) para entrega imediata; mas a prática de contratar a compra/venda de mercadorias para entrega futura, com padrões de qualidade estabelecidos por amostras, já havia iniciado.

No século XIV, as Associações de Mercadores Ingleses obtiveram das autoridades políticas o direito de administrar suas próprias normas de conduta, no que se refere às atividades de comércio levadas a efeito nas feiras e nos centros. Data dessa época a criação dos **Tribunais das Feiras**, com poderes para arbitrar as disputas entre compradores e vendedores e aplicar, imediatamente, as decisões

tomadas, fossem elas de imposição de penalidades ou de indenizações por perdas. O sucesso dessa experiência levou o governo inglês a tomar a iniciativa de criar locais permanentes onde os mercadores podiam comprar/vender mercadorias primárias e bens manufaturados, o ano inteiro. Esses locais passaram a ser conhecidos como Bolsas e um deles veio, mais tarde, a transformar-se na Royal Exchange (Bolsa Real), inaugurada em Londres em 1570 .

Quanto ao pioneirismo da organização de um mercado de futuros especializado e forte, parece haver consenso, entre os estudiosos<sup>10</sup>, que a primeira experiência bem sucedida teve início no Japão, logo após a centralização administrativa do sistema feudal, ocorrida no século XVII. Após um longo período de lutas, que culminou com a unificação dos feudos sob o comando de uma autoridade central, a paz voltou a reinar e uma relativa estabilidade possibilitou o surgimento de novas oportunidades comerciais. A economia agrária cresceu e os negócios domésticos expandiram-se. Foi, então, institucionalizada uma Bolsa de Arroz na cidade de Osaka, principal centro de convergência da produção, à época. Até 1710, negociava-se apenas arroz físico para entrega imediata, quando, então, passou-se a negociar recibos de armazenamento, denominados Cupons de Arroz, vendidos com entrega futura do produto, configurando-se os primeiros contratos futuros de que se têm notícia, de modo que, em 1730, a contratação a prazo de arroz, na Osaka Rice Exchange, foi legalmente reconhecida.

Conforme descrição da CHICAGO BOARD OF TRADE (1985), nos Estados Unidos, os primeiros mercados de *commodities* estavam voltados, basicamente, para transações em dinheiro, com entrega imediata. Segundo essa mesma fonte, em 1752, já existia, em Nova York, uma Bolsa onde era negociada a produção local. Esta e outras Bolsas de menor porte constituíram os alicerces para várias das atuais Bolsas de Mercadorias. O relatório citado revela que, no início do século XIX, era comum os fazendeiros levarem ao mercado grãos e

---

<sup>10</sup> Veja CHICAGO BOARD OF TRADE (1985:10), FORBES (1994:9) e NORONHA (1995:134).

gado em determinada época do ano e, devido ao excesso de oferta, não conseguem vender seus produtos; quando muito, eles os vendiam por preços extremamente aviltados, sendo comum situações em que as mercadorias eram jogadas fora, por falta absoluta de compradores. Esse estado de coisas era especialmente grave em Chicago, devido à falta de armazenagem adequada e às dificuldades na área de transporte, as quais se acirravam sob o rigor do inverno naquela região, agravadas pelo subdesenvolvimento das instalações portuárias que impedia o envio de grãos para os mercados consumidores do leste, assim como o movimento, em caminho inverso, dos produtos manufaturados necessários às cidades do oeste.

O reverso da superabundância de mercadorias na época de safra era a escassez, quando havia quebra de safras ou, até mesmo, em anos de colheitas abundantes, durante o período de entressafra. Os preços inflacionavam enormemente e as pessoas passavam fome, poucos meses depois da colheita de outono e da comercialização de grãos e gado. Isto provocava escassez de matérias-primas para o giro comercial, constituindo permanente ameaça de falência para os comerciantes. Quanto ao produtor rural, embora possuísse gêneros alimentícios para seu sustento, não obtinha renda suficiente para a aquisição de manufaturados básicos como ferramentas, materiais de construção e outros.

A superação dos problemas relatados começou a ocorrer com a prática dos contratos a termo, a partir de 1833, logo após a fundação, em 1848, da Chicago Board of Trade<sup>11</sup>, quando começaram a ser praticadas negociações a vista, bem como as contratações a prazo. Desde então, sempre na tentativa de resolver problemas ligados a oferta e procura de produtos em determinadas regiões, diversas outras Bolsas vieram a ser instituídas, como, por exemplo: 1) A Chicago Mercantile Exchange, que remonta suas origens a um grupo de

---

<sup>11</sup> A Chicago Board of Trade, fundada em 1848, é a maior Bolsa de Futuros de Commodities do mundo. Além de negociar futuros de grãos, soja e produtos derivados, oferece futuros de prata, ouro, cédulas hipotecárias, obrigações do tesouro norte-americano de longo prazo, letras do tesouro norte-americano de 10 anos e índice de ações. Também são negociadas opções sobre futuros de obrigações do tesouro norte-americano e sobre futuros de soja.

negociantes de produtos agrícolas que formaram a Chicago Produce Exchange, em 1874. Essa Bolsa era o mercado para manteiga, ovos, aves e outros produtos agrícolas perecíveis. Em 1898, os negociantes de manteiga e ovos retiraram-se do grupo para criar seu próprio mercado, a Chicago Butter and Egg Board; 2) A Chicago Butter and Egg Board foi reorganizada para que nela se negociassem contratos futuros de outras mercadorias e, em 1919, passou a chamar-se Chicago Mercantile Exchange (CME). Desde então, essa Bolsa oferece mercados futuros de *pork belies*<sup>12</sup> (a partir de 1961), boi gordo (1964), suínos vivos (1966) e garrotes (1971); 3) A International Monetary Market (IMM), uma divisão da CME, foi estabelecida em 1972 para negociação futura de moedas estrangeiras. Em 31 de dezembro de 1974, foram introduzidos os mercados futuros de ouro em barras; em janeiro de 1976, os de letras do Tesouro norte-americano; e, em dezembro de 1981, os depósitos de eurodólares, com prazo de três meses; 4) O Index and Option Market (IOM), divisão da CME, aberto em abril de 1982 para negociação de contratos futuros de índice e opções sobre ações. O contrato futuro do índice S&P 500 foi lançado em 21 de abril de 1982, e as opções sobre o S&P 500, introduzidas em 28 de janeiro de 1983. Em janeiro de 1984, foi admitida a negociação de opções sobre futuros de marco alemão. No IOM também é negociada madeira a granel, de tamanhos variados.

A CME e a Singapore International Monetary Exchange (SIMEX) iniciaram o primeiro elo de negociações com futuros interbolsas do mundo, em 7 de setembro de 1984. As duas Bolsas negociam pelo sistema de cancelamento recíproco, eurodólares, marcos alemães e ienes japoneses, tornando, assim, a negociação em Cingapura equivalente à de Chicago (SILVA NETO, 1998).

Para SHARPE et al. (1995), no mundo dos investimentos, uma opção é um tipo de contrato entre duas pessoas, segundo o qual uma delas outorga à outra o direito de comprar/vender determinado ativo, a determinado preço, dentro de um período de tempo previamente combinado. A pessoa que recebeu o direito e que, em consequência, tem a prerrogativa de decidir é conhecida como

---

<sup>12</sup> Futuros de carne de porco. Veja CHICAGO BOARD OF TRADE (1985:27).

comprador da opção, devendo pagar por esse direito. Por outro lado, a pessoa que vendeu o direito e que, portanto, tem que se sujeitar à decisão do comprador é denominada de lançador.

Ao pesquisar a origem das opções, EID JÚNIOR (1995) revelou que, desde a última década do século XVIII, já existia na Inglaterra um sofisticado mercado de opções por ações, cujos papéis (as opções) eram conhecidos pelo termo *privilégios*. As muitas críticas associadas à especulação excessiva culminaram com a declaração de sua ilegalidade, em 1733, pelo Bernard's Act. Mesmo assim, elas continuaram a ser negociadas e, mais uma vez, foram banidas do mercado em 1931, em consequência da crise financeira desencadeada pela recessão mundial, de 1929. Não obstante, em 1969, Londres era o mais importante mercado de opções do mundo. RUBASH (1998) afirmou que, na Roma antiga, Grécia e Fenícia, já se negociavam opções para contra-entrega de cargas naqueles portos.

Segundo COX e RUBINSTEIN (1985), nos Estados Unidos, as opções (*call* e *puts*) tiveram uma história de aceitabilidade esporádica desde a sua primeira aparição, em 1790. A concepção vulgar de reportar-se às aplicações em opções como um jogo tem resultado em extensos dispositivos legais de enquadramento das *calls* e *puts*, com decretação de sua ilegalidade, em diferentes ocasiões.

Há consenso entre os estudiosos<sup>13</sup> deste assunto que o grande salto para a difusão e modernização do mercado de opções aconteceu em 1973, com a criação (em 26 de abril) da Chicago Board Options Exchange (CBOE), o primeiro mercado organizado de opções. Embora tenha sido criada por iniciativa da Bolsa de Comércio de Chicago (CBOT), a CBOE sempre manteve características de uma entidade independente, com instruções normativas e administração própria. Do início de suas atividades, abril de 1973 até 1977, negociou apenas com opções de compra (*call options*), quando, então, foram introduzidas as opções de venda (*put options*). Porém, já em 1975, os negócios com opções tinham se

---

<sup>13</sup> Ver, por exemplo, NORONHA (1995), SILVA NETO (1996) e SHARPE et al. (1995).

tornado tão populares, que diversas outras Bolsas de Comércio as incorporaram em suas ofertas de derivativos. Hoje, elas são negociadas em várias das principais Bolsas dos Estados Unidos, tais como American Stock Exchange, Philadelphia Stock Exchange, Pacific Stock Exchange e New York Stock Exchange. Em 1983, a CBOE acrescentou à oferta de seus produtos o contrato de opções por índices (CBOE 100 Index e, mais tarde, o S&P100 Index), seguido de diversos outros ativos financeiros, como divisas, bônus (obrigações), futuros de índices de ações, futuros de *commodities*, futuros de bônus do tesouro e futuros de moedas. O sucesso alcançado com os contratos de opções, nos Estados Unidos, logo se espalhou pelos principais centros financeiros do planeta, tais como Amsterdã, Londres, Paris, Toronto, Montreal, Sidney, Zurich e outros (CHICAGO BOARD OF TRADE, 1985)

Na América Latina, as primeiras Bolsas a iniciarem os negócios com opções foram as brasileiras. Em 1979, a Bolsa de Valores de São Paulo (BOVESPA) abriu à negociação os contratos de opções por ações, seguida pela Bolsa de Valores do Rio de Janeiro (BVRJ), a partir de 1982. Já as negociações com opções sobre futuros tiveram início em 1984, na Bolsa Brasileira de Futuros (BBF) e, no ano seguinte, na Bolsa de Mercadorias e Futuros.

## **2.1. Noções básicas sobre contratos futuros e de opções**

Existem várias razões que justificam o conhecimento do que são os instrumentos derivados futuros e opções, quais sejam:

- Entender as características das novas oportunidades de investimento que estes instrumentos traduzem;
- Compreender como podem os futuros e de opções ser usados para aumentar os lucros e reduzir as perdas das empresas;
- Perceber como os mercados de base ou mercados a vista impactam os mercados futuros e de opções; e
- Evitar entrar, como investidor, nestes mercados sem compreender as vantagens e os riscos associados a cada instrumento.



Os contratos futuros e de opções têm as seguintes características:

- Existem três entidades intervenientes no processo, a saber, o vendedor, o comprador e a Câmara de Compensação ( entidade responsável pela realização do contrato perante as partes);
- Os contratos geram "lucro nulo", ou seja, o que o comprador do contrato vier a ganhar com a sua posição iguala ao montante que o vendedor vier a perder e vice-versa;
- Os contratos futuros e de opções referem-se a determinado ativo (ações, mercadorias, índices, etc.) de base, razão por que são conhecidos como mercados de derivativos;
- Os contratos são padronizados em todas as suas componentes (ativo de base, quantidade, qualidade, data de entrega e vida útil dos títulos);
- Os contratos futuros e de opções são títulos "wasting assets", ou seja, são títulos com vida útil extremamente curta e que só têm valor durante esse período limitado. Por exemplo, alguns contratos futuros são emitidos com vencimentos para março, junho, setembro e dezembro; e
- Os títulos são negociáveis em bolsas, pelo fato de serem títulos padronizados e dada a intervenção da Câmara de Compensação, motivo pelo qual a posição de comprador ou vendedor pode ser facilmente anulável pela tomada de uma posição inversa (denominada trespasse ou fecho de posição).

### **2.1.1. Mercados futuros: noções e características intrínsecas**

Um contrato de futuros é um contrato negociável num mercado organizado, em que as partes se obrigam a comprar/vender um ativo em quantidade e qualidade padronizadas, em data e local prefixados, a um preço acordado no presente.

A padronização de todas as características dos contratos de futuros torna-os absolutamente idênticos e cambiáveis entre si. Dessa forma, qualquer investidor que queira anular as obrigações assumidas num contrato futuro, antes da data de vencimento, tem apenas de efetuar uma nova transação em bolsa.

Mediante essa nova transação, designada por operação de fecho de posição, a qual se realiza pela tomada de uma posição inversa à inicial, isto é, se um agente econômico tem, inicialmente, uma posição vendida, então, ele deverá comprar um contrato com a mesma data de vencimento.

Se os agentes econômicos não fecharem suas posições antes da data de vencimento, terão de cumprir sua parte no contrato, isto é, o comprador terá de pagar o preço acordado e receberá o ativo, enquanto o vendedor receberá o preço acordado e entregará o ativo.

Nos mercados futuros existem flutuações mínimas de preço designadas por "tick size". Por exemplo, no contrato futuro de café cambial, na BM&F (cuja quantidade unitária é de 100 sacas de 60 quilos), o "tick size" é de 0,01 ponto (equivalente a US\$ 0,01 por saca), que corresponde a um ponto (=US\$ 1,00) por contrato (0,01 ponto x 100).

#### **2.1.1.1. Eliminação do risco de crédito**

Todas as operações efetuadas mediante contratos futuros são supervisionadas pela Câmara de Compensação (*Clearing House*). Esta entidade é que garante o cumprimento de todos os contratos. Com o objetivo de se protegerem e de minimizarem o risco de crédito, as Bolsas criaram o sistema de margens. Esse sistema consiste na obrigatoriedade de os agentes econômicos depositarem junto à sua corretora determinada quantia, a qual é conhecida por margem, sempre que for efetuada uma transação de compra ou de venda no mercado de futuros.

##### *Margem inicial*

Representa o montante que o investidor tem de depositar numa conta, designada por "conta margem", junto à sociedade corretora com que trabalha, no momento em que compra ou vende o contrato. Sua função é cobrir as eventuais perdas provocadas pela variação na cotação do ativo de base. Essas margens são proporcionais ao risco envolvido em cada contrato futuro (entre 1 e 20% do valor

do contrato). Quando a cotação do ativo de base desce, há ganho para o vendedor (pois, através do futuro, vendeu a um valor superior ao que agora prevalece no mercado) e, obviamente, perda de igual montante para o comprador. Quando a cotação do ativo de base sobe, há ganho para o comprador (pois, por meio do futuro, comprou a um valor inferior ao que agora prevalece no mercado) e, obviamente, perda de igual montante para o vendedor. Diariamente, procede-se à reavaliação de todos os contratos com base nos preços de fecho, debitando ou creditando a conta de margem. Este processo é conhecido por *market to market*.

#### *Margem de manutenção*

Esta margem marca o limite mínimo que o saldo da conta na margem do investidor pode atingir e é mais baixa que a margem inicial. Quando as variações das cotações, em um ou em vários dias, levam à descida da margem abaixo do nível de manutenção definido, a Bolsa exige que o investidor reponha o seu saldo inicial.

#### *Margem de realização*

Se o saldo da conta atingir valores inferiores à margem de manutenção, a Bolsa exige ao investidor um reforço da sua conta, de forma a recolocá-la ao nível da margem inicial. Esse depósito adicional denomina-se *Variation Margin Call*. A situação de levantamento de excedentes em face à margem é conhecida por *Variation Margin Payment*.

### **2.1.1.2. Custo de carregamento**

As cotações dos contratos de futuros e as cotações a vista estão altamente correlacionadas. À diferença entre as cotações desses dois mercados dá-se o nome de "Base"<sup>14</sup>.

---

<sup>14</sup> Na data de vencimento, a arbitragem força a "Base" a ser obrigatoriamente zero.

$Base = Cotação\ a\ vista - Cotação\ futura$

$Base > 0 \Rightarrow$  Futuro com prêmio

$Base < 0 \Rightarrow$  Futuro com desconto

Este modelo (RITCHKEN, 1996) relaciona o valor de um contrato futuro com o somatório do valor-base aos custos de detenção do ativo (custos de armazenagem e de seguro ou custo de oportunidade do capital), no período de vida do contrato, deduzido dos benefícios decorrentes da posse desse ativo (benefícios devidos à redução do risco de ruptura de estoques, juros, dividendos, etc.). Assim,

$Preço\ futuro = C + CC - ER$

$C =$  Cotação a vista do ativo de base;

$CC =$  Custos de detenção do ativo no período do contrato (*Carrying Costs*); e

$ER =$  Rendimentos esperados dos ativos pela sua detenção durante o período do contrato (*Convenience Yields*)<sup>15</sup>.

### 2.1.1.3. Relação entre preços a vista e futuros

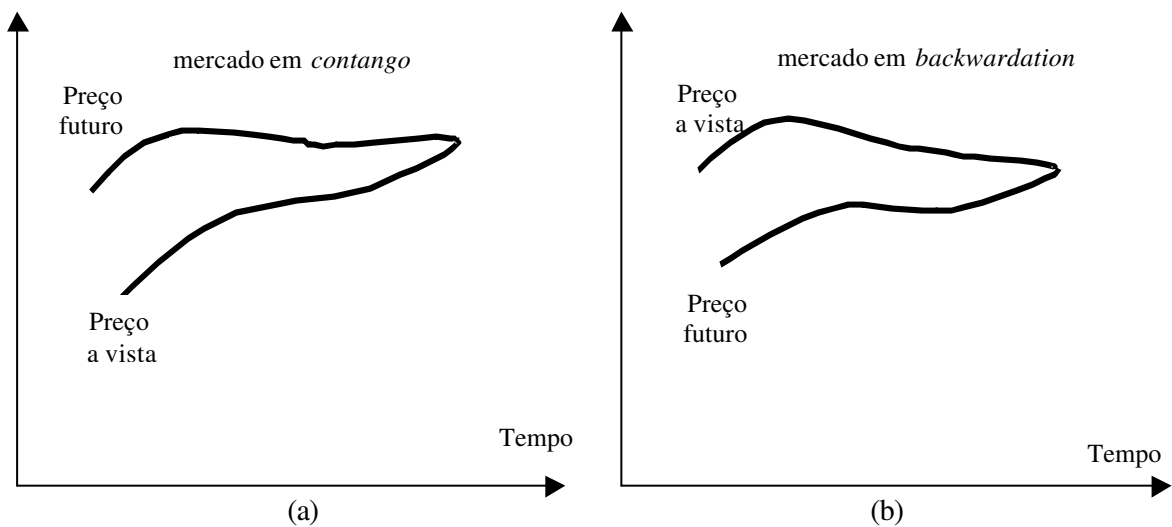
Teoricamente, os preços futuros carregam um prêmio relativamente aos preços a vista. Esta é uma situação conhecida, na literatura especializada<sup>16</sup>, como *normal contango* (ou mercado normal), que ocorre quando os futuros, para os meses de maturação mais próximos, são mais baratos do que os futuros para os meses mais distantes. Isto decorre do fato de serem os custos de carregamento (*carrying costs*) tipicamente superiores aos retornos esperados (*expected returns*). O inverso é conhecido por mercado invertido (ou *normal backwardation*) e ocorre quando os futuros para os meses de maturação mais próximos são mais caros do que os futuros para os meses mais distantes (Figura

---

<sup>15</sup> Veja RITCHKEN (1996).

<sup>16</sup> SHARPE et al. (1995).

3). Esta situação decorre do fato de os custos de carregamento (*carrying costs*) serem inferiores aos retornos esperados (*expected returns*). O Modelo de Custo de Carregamento (*Cost of Carry Model*) explica a ocorrência dessa situação no caso em que, por exemplo, se espera uma descida da cotação do ativo-base no futuro.



Fonte: SHARPE et al. (1995).

Figura 3 - Relação entre preço futuro e preço a vista, quando se aproxima o mês de vencimento. (a) preço futuro acima do preço a vista; (b) preço futuro abaixo do preço a vista.

Modelo de custo de carregamento para futuros de mercadorias (*Cost of Carry Model*)

- $P_{Ft} = P_{ct} + C_0 \times N + C_{as} \times N + C_t - C_m \times N + d \times D \times S_{t+1} + e;$  (1)
- $P_{Ft}$  = preço futuro no momento "t";
- $P_{ct}$  = preço a vista, no momento "t";
- $C_0$  = custo de oportunidade mensal de detenção da mercadoria;
- $N$  = número de meses até ao vencimento do contrato de futuros;
- $C_{as}$  = custos de armazenamento e seguro;

- $C_t$  = custos de transporte;
- $C_m$  = custos mensais de imobilização das margens;
- $d$  = impacto da previsão dos estoques no preço dos futuros;
- $D_{St+1}$  = previsão para variação de estoques no período seguinte; e
- $e$  = componente de aleatoriedade (*white noise*).

Veja, no Apêndice A, uma aplicação prática do "Cost of Carry Model" à avaliação de contratos de café cambial futuros.

#### 2.1.1.4. Estratégias de atuação nos mercados futuros

##### *Compra/venda de um contrato futuro*

Um investidor, ao comprar/vender um contrato futuro, pretende alternativamente:

##### *a) Especular*

Se o investidor compra um contrato futuro para especular é porque acredita que o preço do ativo irá subir, beneficiando-se, assim, das *margin payment* que poderá obter. Assim que as expectativas de subida se desvanecerem, ele venderá um futuro com as mesmas características e, desta forma, realizará o fecho da posição.

Se o investidor vende um contrato futuro para especular é porque acredita que o preço do ativo irá descer, beneficiando-se, assim, das *margin payment* que poderá obter. Assim que as expectativas de descida se desvanecerem, ele comprará um futuro com as mesmas características e, desta forma, realizará o fecho da posição.

##### *b) Inserir o futuro numa estratégia do tipo 90/10 Strategy*

O objetivo desta estratégia é aproveitar a alavancagem dos futuros, para, ao aplicar cerca de 10% do capital no mercado futuro, obter os mesmos lucros que se obteriam pela aplicação da totalidade do capital detido no ativo em causa. O capital não investido nos futuros (90%) é aplicado até a data da expiração do

contrato em títulos de rendimento fixo, sem risco e de elevada liquidez. Duas situações podem ocorrer: (b1) as cotações sobem; e (b2) as cotações descem.

Em caso de subida de cotações, o fecho (venda) do contrato leva à obtenção de um lucro, ao qual se adicionam os juros da aplicação financeira. Os lucros são maiores do que a aplicação de 100% em obrigações. No entanto, são menores do que os que se obteriam só com o investimento nos mercados futuros.

Em caso de descida de cotações, o fecho (venda) do contrato gera prejuízos no mercado futuro, os quais são crescentes com a queda de preços que pode atingir um valor máximo igual ao valor do contrato, deduzidos os juros ganhos com a aplicação livre de riscos.

Comparando-se esta estratégia com a compra do ativo, o prejuízo obtido é menor porque os juros minoram as perdas obtidas. A estratégia é também preferível à aplicação da totalidade do capital em futuros, porque a alavancagem (negativa) apenas reflete sobre uma parte do investimento (10%), e o investidor recebe juros sobre a parte restante (90).

### *c) Proteger posições short ou long*

Essa estratégia consiste em tomar no mercado futuro uma posição inversa à detida no ativo de base. Esse mecanismo de cobertura (*hedging*) é análogo ao mecanismo de cobertura automática e é complemento deste, uma vez que, muitas vezes, não é possível cobrir automaticamente o risco, podendo, nessas situações, recorrer-se ao mercado futuro. Dessa forma, caso se detenha uma posição ativa (*long*) no bem, deve-se vender determinado número de contratos de futuros que seja suficiente para realizar o *hedging* total. Assim, se a cotação subir, ganha-se no mercado físico e perde-se a mesma quantia na posição de "vendedor de futuros". Se a cotação descer, perde-se no mercado físico e ganha-se igual quantia na posição de "vendedor de futuros".

Quando se detém uma posição passiva (*short*) no bem, deve-se comprar determinado número de contratos de futuros que seja suficiente para realizar o *hedging* total. Dessa forma, se a cotação subir, perde-se no mercado físico e ganha-se o mesmo na posição de "comprador de futuros". Se a cotação descer,

ganha-se no mercado físico e perde-se o mesmo na posição de "comprador de futuros".

*d) Fixar o preço de compra/venda de um bem*

Consiste em cobrir o risco de posição da forma anteriormente vista, mantendo-se, neste caso, o contrato futuro até ao vencimento, data na qual o contrato é resolvido:

- Com a entrega do bem contra o pagamento; e
- Em dinheiro (*cash settlement*), no caso de contratos financeiros.

### **2.1.2. Mercados de opções: noções e características intrínsecas**

Uma opção é um contrato negociável, efetuado em mercado organizado, no qual o vendedor, em troca de uma contrapartida monetária (o prêmio), dá ao comprador o direito, mas não lhe impõe a obrigação, de comprar (opção de compra ou *call*) ou vender (opção de venda ou *put*), até determinada data (data de expiração), um ativo (ativo de base ou ativo-objeto), em condições normalizadas, a um preço prefixado (preço de exercício).

O vendedor do contrato (*option writer* ou lançador) recebe o prêmio em troca do direito que concede a um terceiro de lhe comprar ou vender determinado ativo, durante determinado período. Nos contratos de opções, o vendedor do contrato (lançador) fica nitidamente numa situação de inferioridade, pois tem de acatar as decisões tomadas pelo comprador, embora este último não tenha obrigação de exercer os seus direitos<sup>17</sup>.

A negociabilidade das opções é, tal como nos futuros, garantida pela Câmara de Compensação. O prêmio é pago pelo comprador ao vendedor da opção no momento em que esta é negociada. Tal como nos futuros, a variação do prêmio decorre de um valor mínimo (*Tick Size*) que varia de bolsa para bolsa e consoante com o ativo em questão.

---

<sup>17</sup> Ver, a esse respeito, BOLSA DE VALORES DO RIO DE JANEIRO - BVRJ (1984) e SILVA (1996).



### 2.1.2.1. Tipos de opções

- Opções Americanas: Podem ser exercidas em qualquer tempo, até a data de expiração.
- Opções Europeias: Só podem ser exercidas na data de expiração.

A distinção entre esses dois tipos de opções não se reveste de natureza geográfica, mas histórica. Atualmente, existem os dois tipos de obrigação nos diferentes mercados.

### 2.1.2.2. Classificação das opções que atendem à relação entre preço do ativo de base e preço de exercício

#### *Opções in-the money (dentro do dinheiro)*

Para uma *call*, esta é uma situação em que o preço de exercício é inferior ao preço de mercado; para uma *put*, em que o preço de exercício é superior ao preço de mercado. O comprador de uma *put* tem a possibilidade de vender o ativo a um preço superior ao vigente no mercado, obtendo, dessa forma, uma *mais-valia*.

Veja, no Apêndice B, exemplos de opções de compra e de venda *in-the money*.

#### *Opções out-of-the-money (fora do dinheiro)*

Para uma *call*, quando o preço de exercício for superior ao preço de mercado; para uma *put*, quando o preço de exercício for inferior ao preço de mercado. O comprador de *put* não tem possibilidade de vender o ativo a um preço superior ao vigente no mercado, visto que a opção não se reveste de valor intrínseco.

#### *Opções at-the-money (no dinheiro)*

Quando o preço de exercício de uma *put* ou de uma *call* for igual ao preço de mercado do ativo de base.

### 2.1.2.3. Lucros e perdas com estratégias<sup>18</sup> que utilizam *calls* e *puts*

Para determinação dos lucros e das perdas oriundos da compra ou venda de opções, há que se levar em consideração o prêmio pago pelo comprador (e recebido pelo lançador). As Figuras 4 e 5 mostram os lucros e perdas associados à compra e à venda de *call*, respectivamente. De igual modo, as Figuras 6 e 7 mostram os lucros e as perdas associados à compra e à venda de *put*, respectivamente.

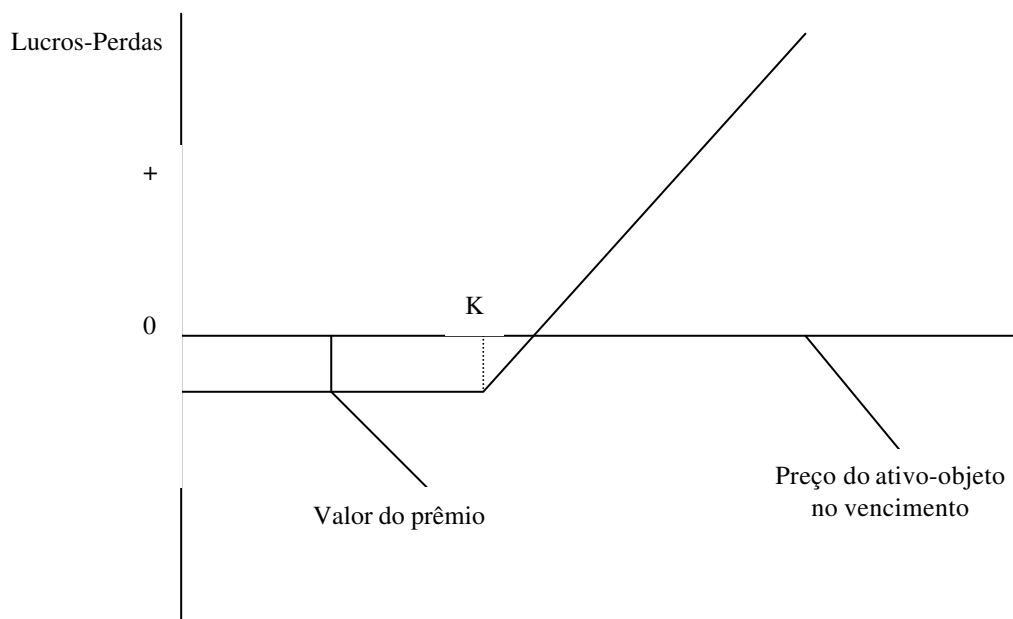
As Figuras 8 e 9 ilustram estratégias, com maior grau de complexidade, que envolvem opções, conhecidas como *straddles*<sup>19</sup>. A estratégia ilustrada na Figura 8, conhecida como *straddle* de compra ou *bottom straddle*, consiste em combinar a compra de *put* com a compra de *call*, ao mesmo preço de exercício e para o mesmo vencimento. Na Figura 9, tem-se a ilustração de *straddle* de lançamento ou *top straddle*, que consiste em combinar uma venda de *call* com outra venda de *put*. Observa-se que a Figura 8 pode ser obtida pela adição dos lucros e perdas mostrados nas Figuras 4 e 6, enquanto a Figura 9 pode ser obtida pela adição dos lucros e perdas mostrados nas Figuras 5 e 7.

Veja, também, que as Figuras 8 e 9 são imagens invertidas uma da outra, refletindo o fato de que o lucro para o comprador é igual ao prejuízo para o vendedor e vice-versa.

---

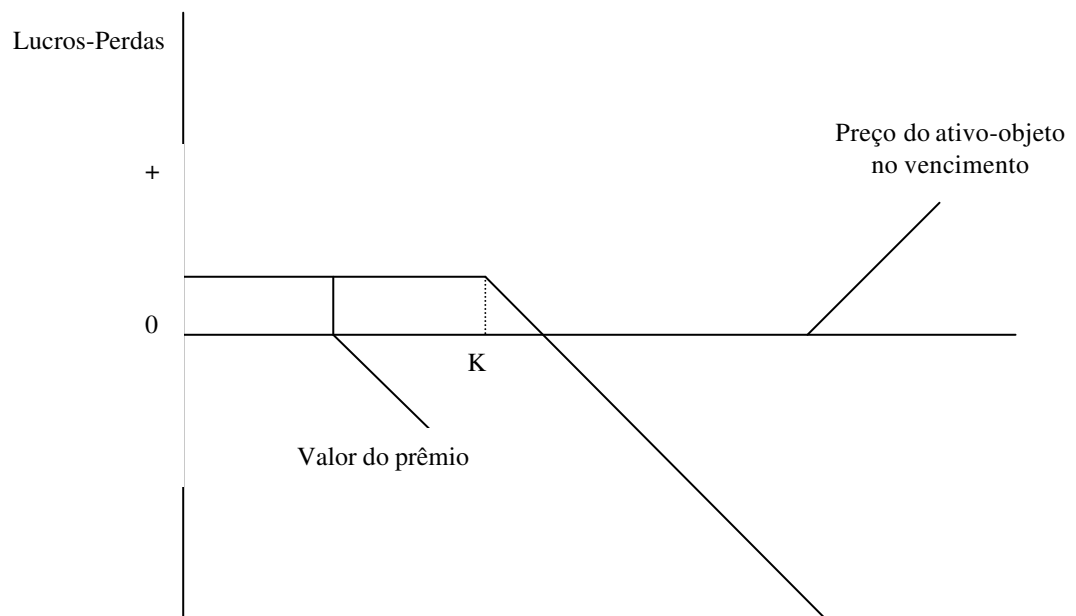
<sup>18</sup> Em todas as estratégias admite-se que o preço de exercício seja R\$ 100,00.

<sup>19</sup> *Strips e straps* são estratégias com opções similares aos *straddles*. A constituição do *strip* envolve a combinação de duas *puts* com uma *call*, enquanto o *strap* consiste em combinar duas *calls* com uma *put*. Outro tipo de estratégia muito usado é conhecida como *spread*, em que uma *call* é comprada enquanto outra é vendida, tendo por base o mesmo ativo-objeto. Especificamente, um *spread* vertical (altista ou baixista) envolve duas *calls* (ou duas *puts*) com o mesmo vencimento e diferentes preços de exercício. Um *spread* calendário envolve duas *calls* (ou duas *puts*) com mesmo preço de exercício e diferentes vencimentos. Ver, por exemplo, SHARPE et al. (1995) e SILVA (1996).



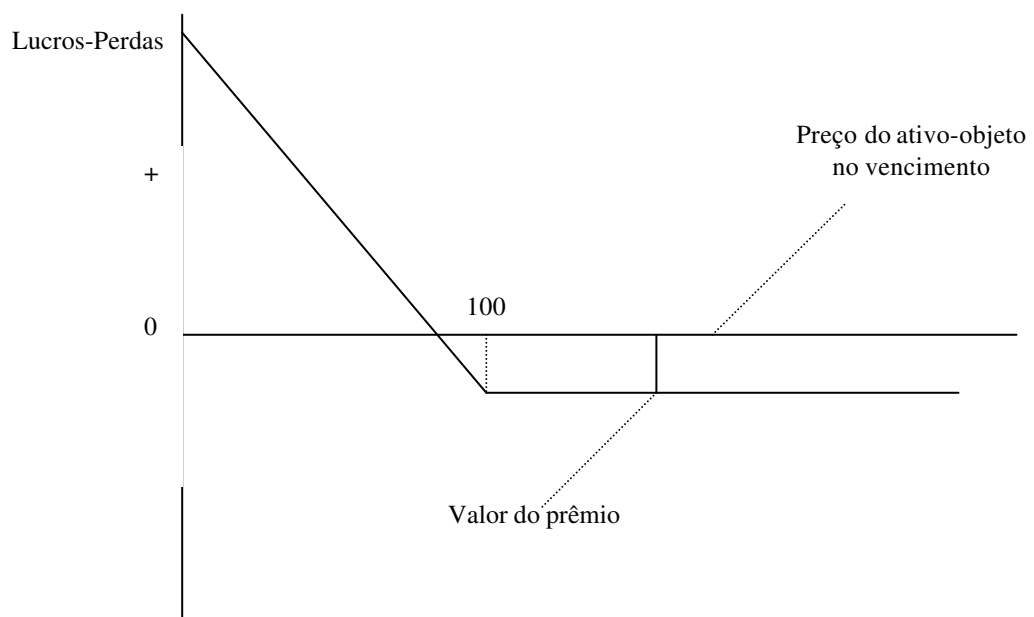
Fonte: COX e RUBINSTEIN (1985).

Figura 4 - Representação gráfica do modelo de lucro referente a uma posição comprada em opção de compra (*long call*).



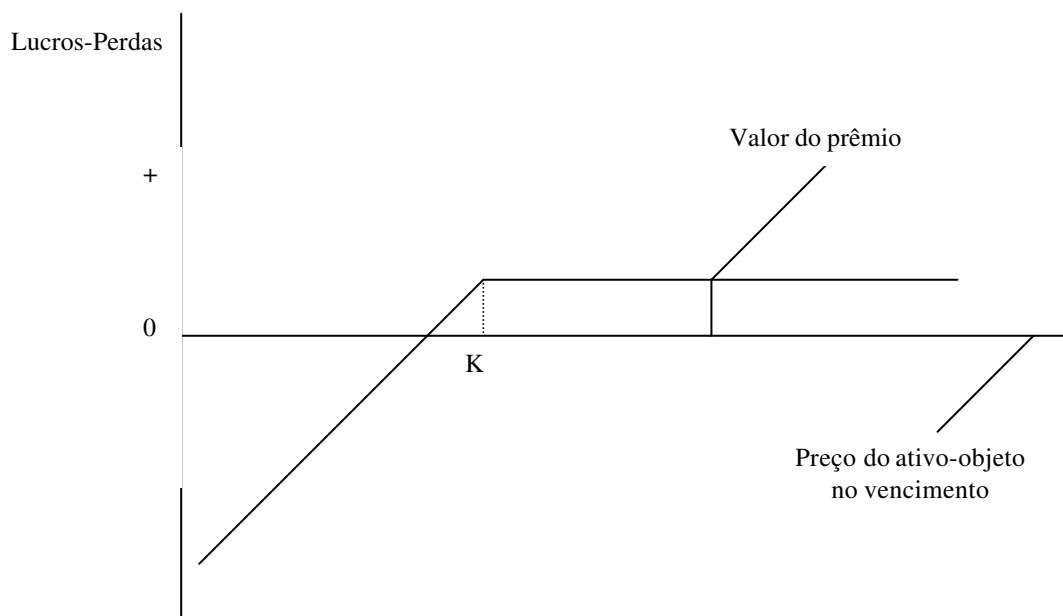
Fonte: COX e RUBINSTEIN (1985).

Figura 5 - Representação gráfica do modelo de lucro referente a uma posição vendida em opção de compra (*short call*).



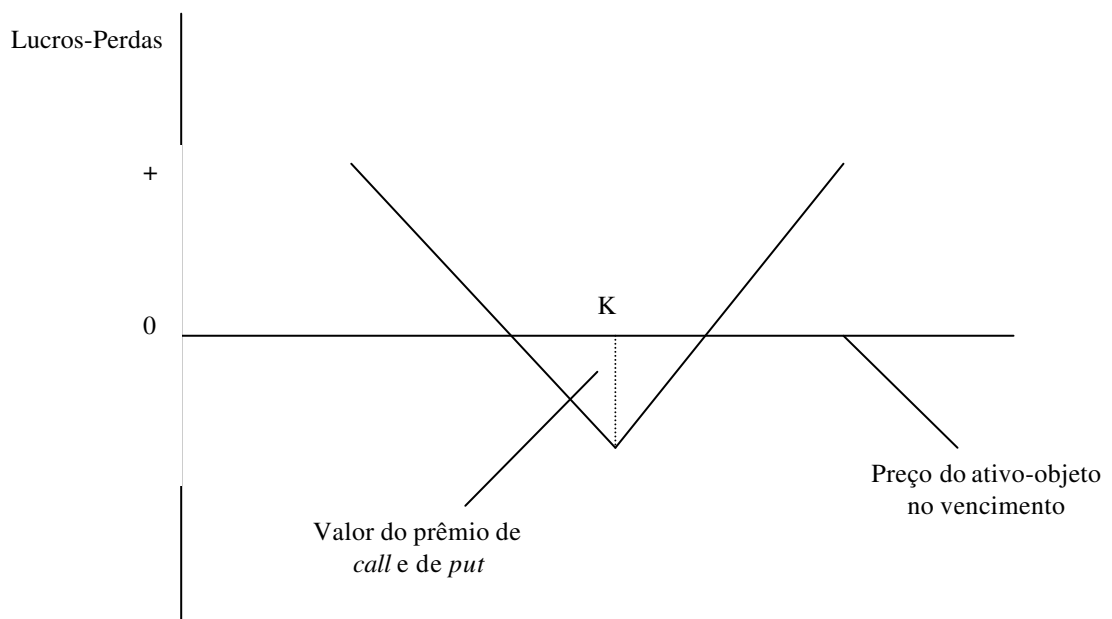
Fonte: COX e RUBINSTEIN (1985).

Figura 6 - Representação gráfica do modelo de lucro referente a uma posição comprada em opção de venda (*long put*).



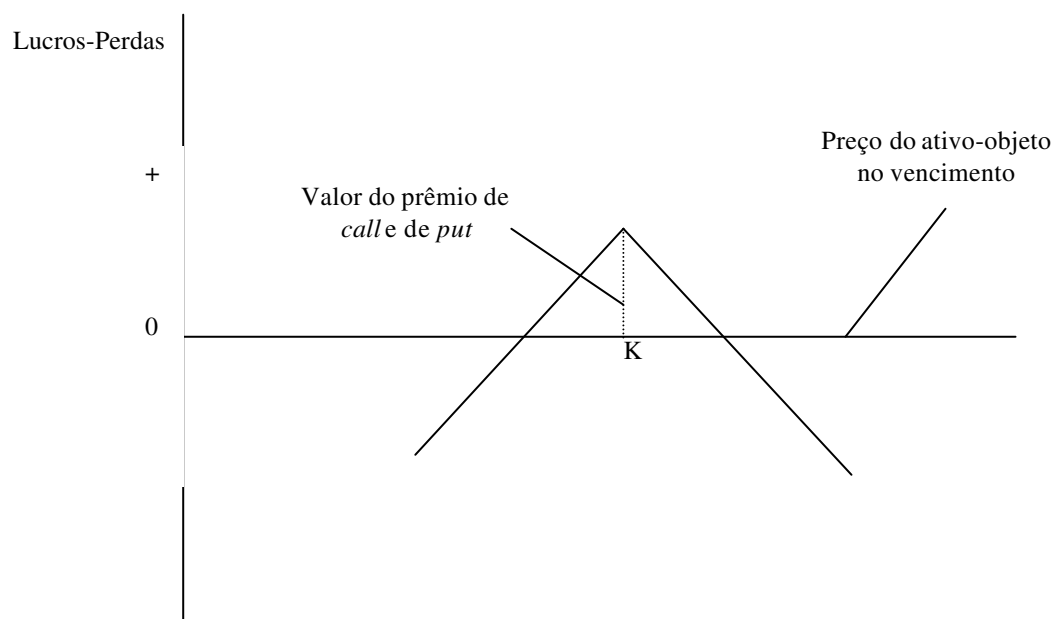
Fonte: COX e RUBINSTEIN (1985).

Figura 7 - Representação gráfica do modelo de lucro referente a uma posição vendida em opção de venda (*short put*).



Fonte: COX e RUBINSTEIN (1985).

Figura 8 - Representação gráfica de um *bottom straddle*, que consiste em uma posição comprada em opção de venda e uma posição comprada em opção de compra, ao mesmo preço de exercício e para o mesmo vencimento.



Fonte: COX e RUBINSTEIN (1985).

Figura 9 - Representação gráfica de um *top straddle*, que consiste em uma posição vendida em opção de compra e uma posição vendida em opção de venda, ao mesmo preço de exercício e para o mesmo vencimento.



As estratégias discutidas são apenas algumas das formas em que as opções podem ser combinadas para produzir dada relação entre lucro e preço do ativo-objeto. Conquanto existam muitas outras formas de combinação que abrangem as opções e seus respectivos ativos subjacentes para produzir retornos interessantes, tal aprofundamento está fora do escopo deste trabalho.

#### **2.1.2.4. Hedge com opções**

Há duas modalidades principais de *hedge* com opções (SILVA NETO, 1998). A primeira, e mais simples, consiste em manter a posição em carteira até o vencimento. A segunda, com maior grau de complexidade, consiste em manter as opções em carteira por determinado período de tempo, inferior àquele do vencimento. Nesse caso, há necessidade de acompanhar a eficiência do *hedge* diariamente, o que lhe confere o nome de *hedge* dinâmico.

#### **2.1.2.5. Hedge estático**

A mais simples e direta forma de *hedge* no mercado de opções é a compra de opções de venda (*puts*) pelo produtor da mercadoria e a compra de opções de compra (*calls*) pelo consumidor da mercadoria. Um produtor, ao adquirir uma opção de venda, está adquirindo o direito (mas não a obrigação) de vender sua mercadoria por determinado preço, em data determinada. Esta operação permite a ele estabelecer um preço mínimo de venda para seu produto igual ao preço de exercício menos o prêmio pago pela opção. Se o preço da mercadoria cair abaixo do preço de exercício, ele exercerá o seu direito de vendê-la àquele preço. Por outro lado, se o preço da mercadoria ficar igual ou acima do preço de exercício da *put*, ele abrirá mão de seu direito de exercício e venderá o produto no mercado físico, auferindo maior lucro.

Em relação ao consumo, aquele (atacadista, exportador, industrial, etc.) que compra uma opção de compra (*call*) adquire o direito (mas não a obrigação) de comprar uma mercadoria por determinado preço, em data determinada. Isto

permite a ele fixar um preço máximo para compra do bem, dado pelo preço de exercício mais o prêmio pago pela *call*. Se o preço do bem vier a situar-se no mesmo patamar ou abaixo do preço de exercício, ele abrirá mão de exercer o seu direito e comprá-lo-á no mercado físico, a menor custo.

É, ainda, possível a realização de *hedge* estático pela venda de opções, cuja operação implica alterar as características do risco assumido pelo produtor ou consumidor de uma mercadoria. Um *hedger*, ao lançar uma opção, compromete-se (caso venha a ser exercido pelo titular) a tomar uma posição, em data futura, em um ativo. Essa posição tanto pode ser comprada (caso de lançamento de *put*) ou vendida, se for um lançamento de *call*. Como ele possui a mercadoria, tem vantagem na venda da opção sobre o especulador, visto que, no caso de ser exercida, terá o produto para entrega ou para cobertura do prejuízo.

#### **2.1.2.6. Hedge dinâmico**

Conforme visto na descrição do *hedge* estático, é possível que produtores e consumidores de um ativo-objeto, ao exercerem aquela prática, obtenham razoável grau de proteção contra o risco de preço. Entretanto, ao lidar com operações mais complexas, como, por exemplo, no caso de instituições bancárias que negociam opções de balcão e buscam *hedgear* suas posições com outras opções ou com contratos futuros, há, necessariamente, que se optar pelo *hedge* dinâmico, mais complexo e sofisticado. Na prática do *hedge* dinâmico, em primeiro lugar, deve-se procurar tornar a carteira imune às pequenas variações no preço do ativo-objeto no próximo pequeno intervalo de tempo, o que é feito pela neutralização do delta<sup>20</sup>. Após neutralizar o delta, devem-se observar outras medidas de sensibilidade<sup>21</sup>, como o gama e o vega. Ao zerar o gama, uma carteira pode ficar relativamente insensível a mudanças razoavelmente grandes

---

<sup>20</sup> O delta mede a variação do prêmio de uma opção para cada variação no preço do ativo-objeto (SILVA NETO, 1998).

<sup>21</sup> Uma excelente discussão sobre *hedge* dinâmico, com opções e detalhes acerca da neutralização dos indicadores de sensibilidade delta, vega, gama, teta e rô, é encontrada em HULL (1996).

no preço do ativo; ao zerar o vega, ela tornar-se-á relativamente insensível a mudanças na volatilidade do ativo. Podem-se ainda verificar o teta e o rô, para se ter uma idéia das mudanças no valor da carteira, em relação à passagem do tempo (*time decay*) e às variações na taxa de juros, respectivamente.

#### **2.1.2.7. Opções sobre futuros**

As opções sobre futuros, quando exercidas, proporcionam a seu titular o direito de comprar/vender o ativo-objeto pelo preço estabelecido, em data futura.

Uma opção sobre futuro outorga a seu titular o direito (mas não lhe impõe a obrigação) de negociar um contrato futuro, a um preço previamente estabelecido (preço de exercício), em determinada data. Especificamente, uma opção de compra (*call*) sobre futuros consiste no direito de assumir uma posição comprada a futuro, por determinado preço; e uma opção de venda (*put*) sobre futuro, no direito de assumir uma posição vendida a futuro, por determinado preço.

Nos Estados Unidos, os negócios com opções sobre futuros foram autorizados pela Commodity Futures Trading Commission, em base experimental, em 1982, sendo, em 1987, esse caráter experimental reconhecido definitivamente. Desde então, a popularidade desses contratos tem crescido rapidamente na preferência dos investidores. Uma explicação para a grande preferência dos investidores em negociar opções sobre futuros, em vez de opções sobre ativos a vista (*stock options*), é o fato de os contratos futuros, na maioria das vezes, possuírem maior liquidez e serem mais fáceis de negociar que o ativo-objeto. Além disso, um preço futuro é conhecido imediatamente, a partir do momento que é transacionado em Bolsa, ao passo que o preço do ativo-objeto poderá não estar prontamente disponível.

As *commodities* agropecuárias são um bom exemplo de produtos cuja transação é mais fácil a futuro do que a vista. Por exemplo, é muito mais simples e conveniente fazer ou receber a entrega de um contrato futuro de boi gordo do que entregar ou receber os próprios animais. Outro importante aspecto das

opções sobre futuros é que seu exercício, em geral, não resulta na entrega do ativo-objeto, visto que, na maioria das vezes, ele é encerrado antes do vencimento. Isto faz com que as opções sobre futuros sejam liquidadas financeiramente, fato este que se reveste de grande interesse pelos investidores, mormente para aqueles com limitado capital, os quais, decerto, enfrentariam dificuldades para conseguir o *quantum* necessário à aquisição do ativo-objeto, quando do exercício da opção.

### *Avaliação de opções*

O valor de uma opção é composto por duas partes: valor intrínseco + valor temporal.

O valor intrínseco decorre do valor da opção, em razão da diferença entre cotação do ativo de base e preço de exercício, enquanto o valor temporal decorre do valor do capital no tempo e da oscilação que poderá ocorrer nos preços, a qual é função da volatilidade das cotações do título de base. São cinco os principais determinantes do valor de uma opção:

- A cotação do título de base;
- O preço de exercício do contrato;
- A volatilidade do título de base;
- A data de exercício; e
- A taxa de juros (e os dividendos, no caso das ações).

A ocorrência de variações nesses determinantes provoca alterações no valor das opções, conforme Tabela 3.

## **2.2. O modelo binomial de avaliação de opções, em tempo discreto**

Segundo COX e RUBINSTEIN (1985), o professor William Sharpe, da Stanford University, foi o responsável pelo desenvolvimento de uma metodologia alternativa para “precificação” de opções, utilizando somente matemática elementar. Na versão desses autores (SHARPE et al., 1995), o

Tabela 3 - Resumo dos efeitos de acréscimos nos determinantes no valor das opções de compra (*call*) e de venda (*put*)

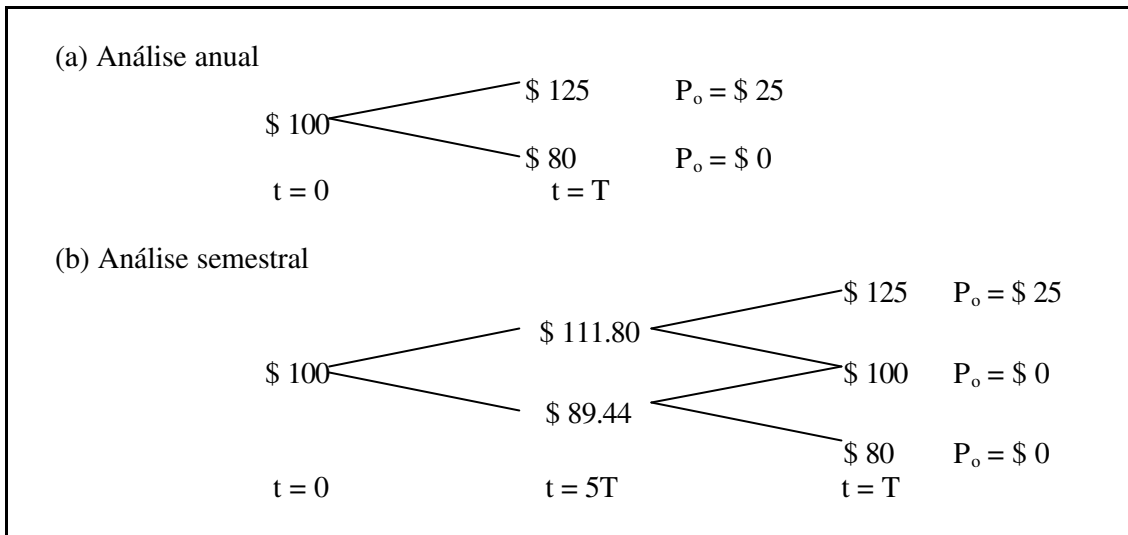
Determinante	Efeito no valor da opção	
	Call	Put
(+) Cotação do título de base	aumenta	diminui
(+) Preço de exercício do contrato	diminui	aumenta
(+) Volatilidade do título de base	aumenta	aumenta
(+) Data de exercício	aumenta	aumenta
(+) Taxa de juros	aumenta	diminui
(+) Dividendos (no caso das ações)	diminui	aumenta

Fonte: SHARPE et al. (1995).

modelo binomial para “precificação” de opções pode ser usado para estimar o preço justo de *calls* e *puts*. O exemplo ilustrativo, a seguir, da avaliação de uma opção de compra (*call*) ajuda na sua compreensão.

Admite-se que a *call* seja do tipo europeu, isto é, só pode ser exercida na data do seu vencimento, e que o ativo-objeto não paga dividendos durante a vida da opção<sup>22</sup>, supondo-se que certo ativo, hoje ( $t=0$ ), seja cotado em R\$ 100,00 e que, após um ano ( $t=T$ ), esse mesmo ativo esteja custando R\$ 125,00 ou R\$ 80,00, o que significa que seu preço possa ter sido elevado em 25% ou reduzido em 20%. Admite-se que a taxa de juros livre de riscos seja da ordem de 8% ao ano, com capitalização contínua, e considere-se uma *call* com preço de exercício de R\$ 100,00 e prazo de vencimento em um ano. Isto significa que, na data de seu vencimento, ela valerá R\$ 25,00 (se o preço do ativo-objeto se elevar para R\$ 125,00) ou *zero* (se o preço cair para R\$ 80,00). Na Figura 10, o painel

<sup>22</sup> Chama-se atenção para o fato de que o modelo pode ser adaptado para avaliar opções do tipo americanas, que podem ser exercidas a qualquer tempo, ao longo de sua vida. Pode também ser usado para avaliar opções por ativos que pagam dividendos durante a vida da opção.



Fonte: SHARPE et al. (1995).

Figura 10 - Representação gráfica do modelo binomial para avaliação de opções em tempo discreto (a) árvore de preços em passo único; (b) árvore de preços em passo duplo.

“a” ilustra esta situação, mediante uma árvore de preços em passo único (análise anual), e o painel “b” ilustra a mesma situação, por meio de uma árvore de preços em passo duplo (análise semestral).

### 2.2.1. Avaliação

A questão fundamental acerca da precificação de opções relaciona-se com a maneira de se determinar o real valor de uma *call*, no tempo zero, que o modelo binomial busca responder, esclarecendo a existência de três fatores de relevante importância, a saber: (a) o ativo-objeto; (b) a *call*; e (c) a taxa de juros livre de riscos. Os possíveis preços e respectivos rendimentos do ativo-objeto são conhecidos. Sabe-se, também, que R\$ 100,00 investidos a uma taxa de juros livre de riscos de 8% ao ano, com capitalização contínua, ao final de um período

elevar-se-ão para, aproximadamente, R\$ 108,33 reais<sup>23</sup>. Finalmente, não se tem conhecimento de qual será o rendimento, associado com o tempo, no vencimento.

A chave para compreender essa situação está na observação de que há duas possibilidades futuras sobre o estado da natureza dos eventos. O preço do ativo-objeto pode subir ou cair. Por simplificação, esses dois estados são chamados de *estado bom* e *estado ruim*, respectivamente<sup>24</sup>. Essa situação é resumida a seguir:

Ativos	Preço no estado bom	Preço no estado ruim	Preço corrente
Ativo-objeto	R\$ 125,00	R\$ 80,00	R\$ 100,00
Títulos do tesouro (que pagam a taxa de juros livre de risco)	R\$ 108,33	R\$ 108,33	R\$ 100,00
<i>Call</i>	R\$ 25,00	0	???

Observa-se que, em tal conjuntura, o preço corrente da *call* é desconhecido.

COX e RUBINSTEIN (1985) argumentaram que o ferramental matemático empregado no modelo Black & Scholes, de “precificação” de opções, é extremamente sofisticado e tende a obscurecer princípios econômicos subjacentes. Ao se basearem no raciocínio de Sharpe e na sua matemática elementar, propuseram elaborar um modelo cuja idéia básica foi descrita pelos próprios autores como segue. Suponha que o preço atual de uma ação seja  $S = \$ 50,00$  e que, ao fim de um período de tempo, este preço seja  $S_1 = \$ 25,00$  ou  $S_1 = \$ 100,00$ . Uma opção de compra por esta ação se encontra disponível no mercado, com preço de exercício de  $K = \$ 50,00$ . É, também, possível emprestar e tomar emprestado dinheiro, à taxa de juros de 25%, por um período idêntico à vida da *call*. Resta, então, saber qual será o preço (C) da opção que poderá ser

<sup>23</sup> R\$ 1,00 se eleva para R\$  $1e^{rT}$  ao final de um período T, a uma taxa de juros compostos (r), capitalizada continuamente.

<sup>24</sup> Veja, na seção 3 (o Modelo Teórico), uma discussão sobre as probabilidades teóricas da ocorrência de eventos indesejados e o comportamento dos agentes econômicos com diferentes graus de aversão ao risco.

determinado, engendrando-se um portfólio de arbitragem com informações disponíveis, conforme a seguir:

- Lançamento de três *calls*, ao preço  $C$  cada;
- Compra de duas ações, ao preço de \$50 cada;
- Empréstimo de \$ 40,00 a 25%, a serem pagos ao final do período de vida da *call*.

Na Tabela 4 tem-se o retorno desta operação para cada possível nível do preço da ação, no vencimento da *call*.

Tabela 4 - Ilustração de um *hedge* sem risco

Operações	Data atual	Data de vencimento da <i>call</i>	
		$S_1 = 25$	$S_1 = 100$
Lançamento de 3 <i>calls</i>	$3C$	-	-150
Compra de 2 ações	-100	50	200
Empréstimo	40	-50	-50
Resultado		0	0

Fonte: COX e RUBINSTEIN (1985).

Conforme se pode observar, qualquer que seja o nível de preço do ativo-objeto na data de exercício da opção, o resultado será zero. Logo, para evitar a possibilidade de arbitragem, só há um preço possível para a opção, dado por  $3C - 100 + 40 = 0 \Rightarrow C = 20$ .

Qualquer outro preço diferente de \$ 20,00 implicará oportunidade de arbitragem. Desse modo, para determinar o preço justo de uma opção é suficiente que se tenha conhecimento das seguintes variáveis: (a) preço de exercício; (b)



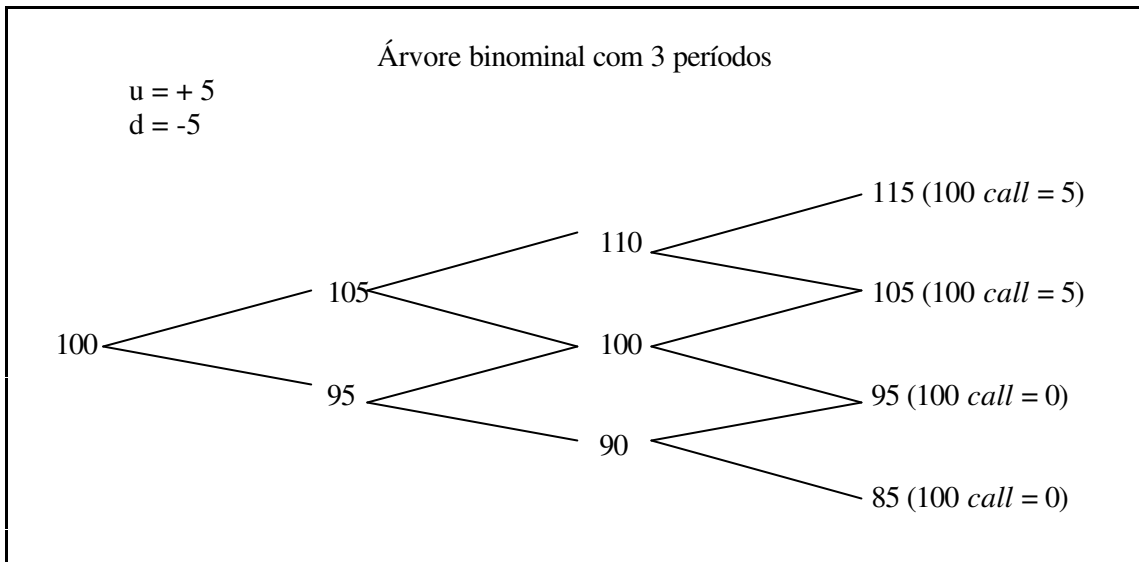
preço do ativo-objeto; (c) faixa de possíveis variações no preço do ativo-objeto; e (d) taxa de juros, que é constante.

Segundo COX e RUBINSTEIN (1985), em qualquer período de tempo, o ativo-objeto pode mover-se para cima (u) ou para baixo (d), por dada quantia. A probabilidade de um movimento para cima é dada por p, e de um movimento para baixo (d), por 1-p. Por exemplo, suponha que um ativo esteja cotado a R\$ 100,00 e que, no próximo período de tempo, seu preço se eleve para R\$ 105,00 (u=5) ou reduza para R\$ 95,00 (d=5), e que haja 50% de chance (p=0,5) para cada um dos resultados possíveis. No caso de haver apenas um período de tempo para o vencimento, pode-se calcular o valor de uma *call* com preço de exercício de R\$ 100,00, com retorno esperado ao final do período. Uma *call* possuirá valor intrínseco se o preço do ativo-objeto estiver acima do preço de exercício, ou terá valor zero se aquele preço estiver abaixo do preço de exercício. No caso deste exemplo, o retorno esperado é dado por  $0,5 (105-100) + 0 =$  R\$ 2,50.

Do mesmo modo, pode-se calcular o valor de uma *call*, com preço de exercício de R\$ 90,00, como  $0,5 (105-90) + 0,5 (95-90) =$  R\$ 10,00. Esta aproximação pode ser generalizada pela divisão do tempo para o vencimento em vários pequenos intervalos, admitindo-se que, em cada curto período, o ativo-objeto moverá para cima (u) ou para baixo (d). Como resultado, ao final do tempo para o vencimento, ter-se-á uma árvore binomial com muitas possibilidades de preços. A Figura 11 ilustra um exemplo de árvore binomial com três períodos.

A árvore binomial permite a visualização, de maneira bastante clara, do retorno esperado da opção, dado pela diferença entre o preço de exercício do ativo-objeto, para cada resultado em que a opção está dentro do dinheiro (*in-the-money*), multiplicado pela probabilidade de ocorrência daquele resultado.

Todos os resultados em que a opção está fora do dinheiro (*out-the-money*) são considerados zero.



Fonte: SHARPE et al. (1995).

Figura 11 - Árvore binomial de uma opção de venda (*call*), com preço de exercício de R\$ 100,00 e três intervalos de tempo para o vencimento.

Na montagem de uma árvore binomial, que se aproxima de uma distribuição lognormal, os parâmetros necessários a sua operacionalização são assim definidos (COX e RUBINSTEIN, 1985):

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta T}},$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta T}} = 1/u,$$

em que  $\sigma$  = volatilidade anual do ativo-objeto;  $\Delta T$  = pequeno intervalo de tempo (em anos), em que é dividida a vida da opção

Um princípio geral utilizado na “precificação” de opções é a hipótese de *neutralidade ao risco*, segundo a qual os investidores não exigem compensação por riscos e o retorno esperado por todos é a taxa de juros livre de risco. Assim, na avaliação de uma opção, desconta-se o seu retorno esperado da taxa de juros livre de risco. Da mesma forma, o retorno do ativo-objeto, que segue um

processo binomial multiplicativo, é também a taxa de juros livre de risco ( $r$ ), de modo que seu valor, ao final do intervalo de tempo ( $\Delta T$ ), é dado por

$$\begin{aligned} Se^{-r\Delta T} &= pSu + (1-p)Sd \quad \text{ou} \\ e^{-r\Delta T} &= pu + (1-p)d. \end{aligned} \quad (2)$$

A derivação da fórmula de precificação Cox-Rubinstein é bastante simples e intuitiva, conforme segue.

Suponha que seja possível formar um portfólio com parcelas de um ativo ( $\Delta S$ ) e uma quantia  $R\$B$  em Títulos do Tesouro livres de risco<sup>25</sup>. O custo de constituição desta carteira, ao final do período, será:

$$\begin{array}{l} S\Delta + B \quad \left\{ \begin{array}{l} uS\Delta + rB \quad \text{com probabilidade } q \\ dS\Delta + rB \quad \text{com probabilidade } 1 - q \end{array} \right. \end{array} \quad (3)$$

Em face da possibilidade de combinação de  $\Delta$  e  $B$ , da maneira que se julgar mais conveniente (suponha-se que a escolha seja pela igualdade de valores ao final do período), entre portfólio e *call*, para cada resultado possível, isto requer que

$$\begin{aligned} uS\Delta + rB &= C_u, \\ dS\Delta + rB &= C_d. \end{aligned}$$

Resolvendo-se essas equações para os valores de  $\Delta$  e  $B$ , tem-se

$$\Delta = \frac{C_u - C_d}{(u-d)S}, \quad (4)$$

$$B = \frac{uC_d - dC_u}{(u-d)r}. \quad (5)$$

---

<sup>25</sup> Comprar Títulos do Tesouro equivale a emprestar dinheiro à taxa de juros livre de risco, enquanto vendê-los equivale a tomar emprestado.

Na ausência de oportunidade de arbitragem sem risco, o valor da *call* ( $C$ ) não poderá ser menor que o valor do portfólio ( $S\Delta + B$ ), pois, de outro modo, poder-se-ia ter um lucro sem risco, comprando a *call* e vendendo o portfólio. Portanto, substituindo-se as equações (4) e (5) em (3), pode-se assegurar que

$$\begin{aligned}
 C &= S\Delta + B \\
 &= \frac{C_u - C_d}{u - d} + \frac{uC_d - dC_u}{(u - d)r} \\
 &= \frac{(u - d)r(C_u - C_d) + (u - d)(uC_d - dC_u)}{(u - d)^2 r} \\
 &= \frac{r(C_u - C_d) + (uC_d - dC_u)}{(u - d)r} \\
 C &= \frac{\left(\frac{r - d}{u - d}\right)C_u + \left(\frac{u - r}{u - d}\right)C_d}{r}
 \end{aligned}$$

Agora, definindo-se  $p \equiv \frac{r - d}{u - d}$ , tem-se que  $1 - p \equiv \frac{u - r}{u - d}$ , podendo-se escrever

$$C = \frac{pC_u + (1 - p)C_d}{r}. \quad (6)$$

Esta é a fórmula de “precificação” de uma *call* para um período ( $\Delta T$ ), anterior à data de vencimento. Mediante a substituição de alguns termos, a equação (2.6) pode ser generalizada para abranger  $n$  unidades de tempo, podendo-se reescrevê-la como

$$C = \frac{\sum_{j=0}^n \left( \frac{n!}{j!(n-j)!} \right) p^j (1-p)^{n-j} \max(0, u^j d^{n-j} S - K)}{r^n}. \quad (7)$$

### 3. METODOLOGIA

#### 3.1. Referencial teórico

A fundamentação teórica deste trabalho está centrada na função utilidade e no risco associado à tomada de decisão baseada nesta. John Von Neuman e Oscar Mongenstern, a partir de sua *Theory of Games and Economic Behavior*, prestaram relevante contribuição nessa área, ao explicitarem uma função em que hierarquizam as preferências dos agentes econômicos em situações de risco, partindo de alguns axiomas básicos que incorporam probabilidades na estrutura de preferências dos indivíduos. Para explicar o comportamento dos indivíduos nesse ambiente de incertezas, criou-se o conceito de agente avesso ao risco, o qual, em igualdade de condições com relação à esperança matemática, prefere o certo ao duvidoso. Para Von Newman<sup>26</sup>, esse agente possui uma função utilidade da renda decrescente e estritamente côncava. No contexto deste trabalho, uma clara compreensão do comportamento do produtor *hedger*, enquanto agente econômico portador de algum grau de aversão ao risco, requer que se tenha um perfeito entendimento dos conceitos de risco e incerteza.

---

<sup>26</sup> A teoria de Von Newman explicita uma função que hierarquiza as preferências dos agentes econômicos em situações de risco, partindo de axiomas básicos que incorporam probabilidades na estrutura de preferência (MADALENA, 1990).

Em todas as atividades econômicas há três conceitos da maior importância: retorno, incerteza e risco. O retorno é entendido como a apreciação de um capital ao final de um horizonte de investimento. Contudo, há incertezas associadas ao retorno que, efetivamente, serão obtidas ao final do período de investimento. À medida numérica dessa incerteza dá-se o nome de risco (DUARTE JÚNIOR, 1997).

O risco compreende condições em que o agente conhece a probabilidade de acertar associada ao problema, e a incerteza, uma situação em que não se tem conhecimento objetivo da distribuição da probabilidade associada aos eventos futuros. A consciência do grau de risco envolvido numa operação de *hedge* é indispensável para que se possa evoluir de uma função de transferência do risco para uma função mais complexa de administração do risco. Dessa forma, não se trata apenas de reduzir o risco, mas também de maximizar os retornos esperados. PEREIRA (1996), em pesquisa acerca do *hedge* no mercado de futuros agropecuários, revelou que, a depender do grau de aversão ao risco, o *hedger* faz uma combinação de estoques com *hedging*, cujo retorno é mais baixo e consistente, e estoques sem *hedging*, com altas taxas de retorno e risco. Com respaldo na teoria do portfólio, argumentou que,

*sendo a existência do risco uma característica presente em qualquer atividade produtiva e na estratégia de comercialização, a finalidade dos mercados futuros não pode ser apenas a transferência do risco, devendo envolver a sua administração (p. 19).*

Com relação ao gerenciamento do risco e sua medição, este se encontra presente em qualquer operação de mercado. Trata-se de um conceito multidimensional, que cobre quatro grandes grupos: 1) risco de mercado; 2) risco operacional; 3) risco de crédito; e 4) risco legal. No âmbito da abrangência deste trabalho, o foco de interesse volta-se para o primeiro grupo (risco de mercado), em que se insere o chamado *risco de preço*<sup>27</sup>, definido como o risco, a que está

---

<sup>27</sup> Para ações e *commodities*, em geral, o único tipo de risco associado à comercialização é o risco de preço, desde que ela seja cotada na moeda em que se está calculando o risco; caso contrário, há que se considerar, também, o risco de taxa de câmbio.

sujeito todo produtor rural, de não encontrar um preço adequado para seu produto, quando este chegar ao mercado consumidor.

É de conhecimento geral que a agropecuária é uma atividade com elevado grau de risco e incertezas. O empresário rural é obrigado a conviver com diversos fatores, tanto de natureza agronômica como de mercado, que estão fora de seu controle. A administração desse risco constitui tarefa das mais difíceis para os produtores, visto que exige conhecimento tecnológico, capacidade de previsão, nível elevado de informações gerenciais e capacidade empresarial, os quais, na maioria das vezes, não estão ao alcance desses empreendedores.

Pretende-se, pois, por via de melhor entendimento teórico e instrumentalização técnica adequada, tornar acessível ao produtor *hedger* as condições necessárias e suficientes para que ele possa avaliar, convenientemente, o risco e o retorno envolvidos na operação e decidir quanto da sua produção ele pode *hedgear*, podendo, inclusive, deixar toda sua futura safra sem *hedging*, caso esta opção seja economicamente mais atrativa.

Segundo PEREIRA (1996), o tomador de decisão, sob condições de risco, estabelece níveis ótimos para sua atividade nos mercados físico e futuro e considera as taxas de retorno incertas. Um produtor bem informado também poderá agir assim; ao fazê-lo, as diferenças entre *hedger* e especulador tornam-se meramente teóricas, pois, na prática, um e outro entram no mercado buscando obter lucros; dessa forma, ambos assumem riscos e, portanto, os dois especulam. Nessa linha teórica, é perfeitamente razoável admitir que os indivíduos, ao tomarem decisões baseadas em sua função de utilidade, incorrerão em riscos que, para a maioria dos agentes econômicos, são tomados com intensidade crescente, na razão direta da recompensa.

Do ponto de vista da racionalidade econômica e sob a hipótese da concorrência perfeita, os agentes fazem suas escolhas embasadas em um perfeito conhecimento dos preços, das rendas e de outras variáveis. Entretanto, na prática, constata-se que, para grande número desses agentes, os rendimentos futuros são incertos, dando margem à escolha ou tomada de decisão sob condições de incerteza. Diante de tal situação, a racionalidade econômica requer que se faça a

escolha do grau de risco que o agente estaria disposto a assumir. Para tanto, torna-se necessária a sua quantificação, de modo a tornar possível a comparação de níveis de risco entre diferentes alternativas.

A descrição quantitativa do risco, segundo a abordagem contextualizada na Teoria Microeconômica<sup>28</sup>, requer que se tenha conhecimento das possíveis conseqüências de determinada atividade, bem como das probabilidades de ocorrência de cada possível conseqüência. A probabilidade, como possibilidade de que determinado resultado venha a ocorrer, é um conceito cuja interpretação depende da natureza dos eventos incertos e, também, das convicções das pessoas envolvidas. Uma interpretação objetiva de probabilidade fundamenta-se na freqüência com que determinados eventos tendem a ocorrer. Porém, na ausência de experiências anteriores que possibilitem a dedução de uma medida objetiva da probabilidade, torna-se necessário fazer uso da probabilidade subjetiva, baseada na percepção de que determinado resultado ocorrerá. Essa percepção poderá estar respaldada no julgamento ou na experiência de uma pessoa, mas não necessariamente na freqüência com a qual determinado resultado tenha, realmente, ocorrido no passado. Quando as probabilidades são determinadas de modo subjetivo, pessoas diferentes poderão atribuir diferentes probabilidades aos mesmos resultados, o que as leva a fazer escolhas distintas<sup>29</sup>.

Qualquer que seja a interpretação da probabilidade, esta será sempre utilizada durante o cálculo de duas importantes medidas que auxiliam na descrição e na comparação de escolhas de risco. A primeira delas informa o *valor esperado*, e a segunda, a *variabilidade* para os possíveis resultados.

---

<sup>28</sup> Ver, por exemplo, PINDYCK e RUBINFELD (1994).

<sup>29</sup> Para qualquer caso, os resultados devem ser mutuamente exclusivos, o que implica que um único resultado real ocorrerá no futuro. Conseqüentemente, as probabilidades associadas a cada possível resultado, quando somadas, deverão totalizar uma unidade.



### 3.1.1. Valor esperado

O valor esperado, associado a uma situação incerta, corresponde à média ponderada dos desfechos ou dos valores associados a todos os possíveis resultados e à probabilidade de cada resultado que atua como respectivo peso. O valor esperado mede a tendência central, isto é, aquilo que, na média, deve-se esperar que venha a ocorrer.

### 3.1.2. Variabilidade

A variabilidade pressupõe que os grandes desvios, constituídos pelas diferenças (positivas ou negativas) entre desfechos reais e esperados, indiquem maior risco. Na prática, são encontradas duas medidas de variabilidade intimamente relacionadas: a *variância*, que é a média dos quadrados dos desvios de desfechos associados aos valores esperados para cada resultado; e o *desvio padrão*, que é a raiz quadrada da variância. Sempre que existirem dois resultados possíveis representados por  $X_1$  e  $X_2$ , respectivamente, cada qual com probabilidades de ocorrência  $Pr_1$  e  $Pr_2$ , sendo  $E(X)$  o valor esperado para tais resultados, a variância será obtida pela fórmula:

$$\sigma^2 = Pr_1\{[X_1 - E(X)]^2\} + Pr_2\{[X_2 - E(X)]^2\}. \quad (8)$$

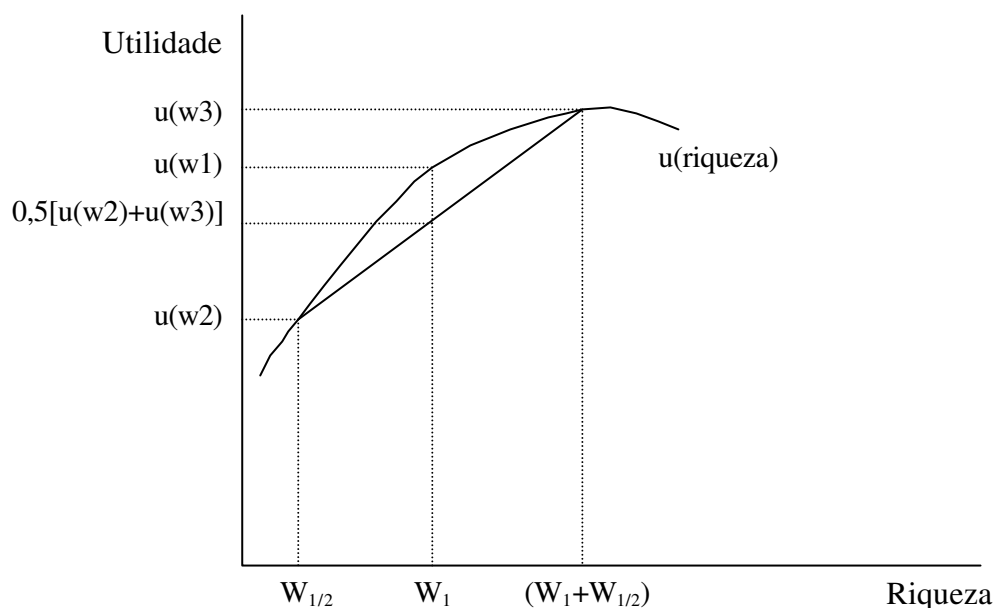
Quanto maior a amplitude dos possíveis desfechos da ocorrência de determinado evento, maior será a variância dos desfechos associados a esse evento e, conseqüentemente, maior será o risco envolvido.

Em geral, as decisões mais ousadas têm maior rendimento esperado e, também, risco (variância) mais elevado. Um empreendedor agressivo (propenso ao risco) certamente optará por um investimento com maior variabilidade e maior rendimento esperado, enquanto um conservador (avesso ao risco) preferirá um investimento de retorno (valor esperado) mais modesto e com menor variabilidade.

Os riscos surgem onde os ganhos esperados são positivos (por exemplo, grande possibilidade de recompensa *versus* pequena possibilidade de recompensa), ou negativos (por exemplo, grande possibilidade de perda *versus* possibilidade de nenhuma perda). Para se avaliar quantitativamente o risco, é necessário que se conheçam bem as possíveis conseqüências do exercício de determinada atividade, bem como qual a probabilidade de ocorrência de cada uma dessas possíveis conseqüências. As pessoas têm diferentes preferências pela distribuição de probabilidades, da mesma forma que têm preferências pelos bens ordinários.

Os indivíduos diferem em sua predisposição para assumir riscos. Alguns demonstram aversão ao risco, enquanto outros o apreciam ou são neutros. Um indivíduo que prefira uma renda garantida a uma alternativa de risco com a mesma renda esperada é considerado avesso a riscos. Nesse caso, a utilidade marginal da renda é decrescente. Suponha, por exemplo, que um consumidor tenha uma riqueza  $W_1$  e que considera a possibilidade de entrar em uma aposta na qual tenha 50% de probabilidade de ganhar  $W_2$  (definido como  $W_1/2$ ) e 50% de probabilidade de perder a mesma quantia. Caso venha a ganhar, sua riqueza será elevada para  $W_3 (=W_1+ W_2)$ , caso venha a perder, sua riqueza será reduzida para  $W_2$ . O valor esperado dessa aposta é  $[0,5(W_3)+0,5(W_2)]$  e a utilidade esperada é  $\left[ \frac{1}{2}u(W_3) + \frac{1}{2}u(W_2) \right]$ , conforme Figura 12. A utilidade esperada da aposta é a média dos dois números  $u(W_3)$  e  $u(W_2)$ , rotulada como  $0,5u(W_2)+0,5u(W_3)$ , enquanto a utilidade do valor esperado da aposta é  $u(W_1)$ .

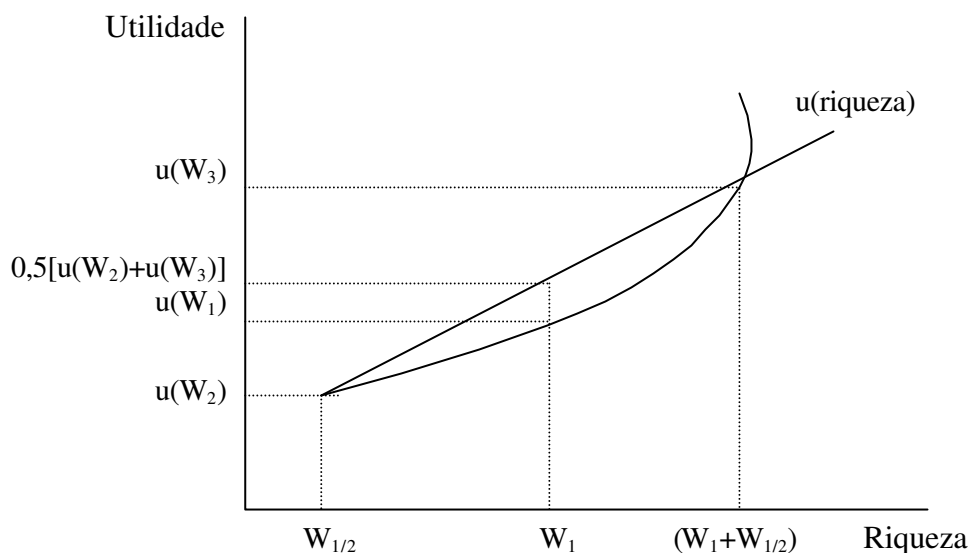
Observa-se que a utilidade esperada da aposta é menor que a utilidade do valor esperado, isto é,  $u\left(\frac{1}{2}W_3 + \frac{1}{2}W_2\right) = u(W_1) > \frac{1}{2}u(W_3) + \frac{1}{2}u(W_2)$ . Nesse caso, diz-se que o indivíduo é avesso ao risco, visto que prefere ter o valor esperado de uma aposta em vez de participar dela. Pode acontecer que as preferências do indivíduo sejam de tal forma que ele prefira entrar em uma aposta a obter o valor esperado dela; nesse caso, diz-se que ele é propenso ao risco. Na Figura 13, há uma ilustração desse caso.



Fonte: VARIAN (1994).

Figura 12 - Representação gráfica da função utilidade de um indivíduo avesso ao risco.

Observa-se diferença entre as Figuras 12 e 13. O consumidor avesso ao risco tem função de utilidade côncava, caracterizada pelo fato de que a sua declividade torna-se cada vez mais horizontal à medida que a riqueza aumenta, enquanto o consumidor propenso ao risco tem função de utilidade convexa, cuja declividade se torna cada vez mais vertical à medida que a riqueza aumenta. Portanto, a curvatura da função de utilidade mede a atitude do consumidor perante o risco. Em geral, quanto mais côncava for a função de utilidade, mais avesso ao risco é o consumidor, e quanto mais convexa for a função de utilidade, mais propenso ao risco ele será.



Fonte: VARIAN (1994).

Figura 13 - Representação gráfica da função utilidade de um indivíduo propenso ao risco.

O caso intermediário é o de uma função de utilidade linear. O consumidor, nesse caso, é neutro ao risco, ou seja, a utilidade esperada de uma aposta é exatamente igual à utilidade do seu valor esperado, tal como acontece para bens que são substitutos perfeitos. Para esse tipo de função utilidade, o consumidor não se interessa no risco da aposta, mas pelo seu valor esperado.

Resumindo as análises anteriores, pode-se, então, afirmar que, de acordo com a teoria do risco, os indivíduos se dividem em três grupos: a) propensos ao risco; b) indiferentes ou neutros ao risco; e c) avessos ao risco. Os indivíduos avessos ao risco são aqueles que, entre duas aplicações de mesmo rendimento médio esperado, preferem a menos arriscada.

A Figura 14(c) mostra que a curva de utilidade do indivíduo avesso ao risco é côncava<sup>30</sup>, o que implica utilidade marginal de ganhos decrescentes.

<sup>30</sup> As características de um indivíduo avesso ao risco podem ser assim resumidas: a) Sua função de utilidade é côncava, sendo a primeira e a segunda derivadas positiva e negativa, respectivamente; b) A aversão ao risco torna-se extrema à medida em que as quantias envolvidas se elevam muito; e c) Ele

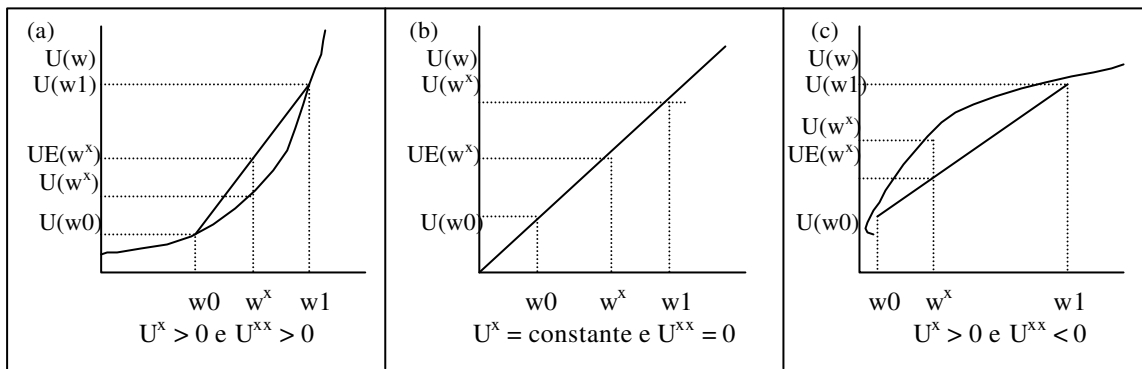


Figura 14 - Função de utilidade dos indivíduos: (a) propensos ao risco; (b) neutros ao risco; e (c) avessos ao risco.

A reta que liga a combinação  $(U(W_0), W_0)$  a  $(U(W_1), W_1)$  chama-se combinação convexa. O  $W^*$  é o valor esperado;  $UE(W^*)$ , utilidade esperada; e  $U(W^*)$ , utilidade do valor esperado. Segundo MAS-COLLEL et al. (1995), Von Neumann-Morgenstern, em sua Teoria Matemática dos Jogos, concluíram que os indivíduos escolhem, necessariamente, alternativas que têm a maior utilidade esperada. Se a função de Von Neumann para indivíduo avesso ao risco for côncava, então  $U(W^*) > UE(W^*)$ , em que  $UE(W^*) = pU(W_0) + (1-p)U(W_1)$  e  $U(W^*) = pW_0 + (1-p)W_1$ .

Os indivíduos indiferentes ao risco são aqueles que consideram indiferentes duas aplicações de rendimento médio esperado, cuja utilidade total dos ganhos é uma função diretamente proporcional ao nível da riqueza, ou seja,  $U(W^*) = UE(W^*)$ , em que  $UE(W^*) = pU(W_0) + (1-p)U(W_1)$  e  $U(W^*) = pW_0 + (1-p)W_1$ .

Os indivíduos propensos ao risco são aqueles que, entre duas aplicações de mesmo rendimento médio esperado, preferem a mais arriscada. A Figura 14(a) ilustra este caso, exibindo curva de utilidade convexa que corresponde a uma

---

optará por aplicar a maior parte de seus recursos em oportunidades arriscadas, caso estas se tornem rentáveis sem aumento de riscos.

função de utilidade marginal crescente, ou seja,  $U(W^*) < UE(W^*)$ , em que  $UE(W^*) = pU(W_0) + (1-p)U(W_1)$  e  $U(W^*) = pW_0 + (1-p)W_1$ .

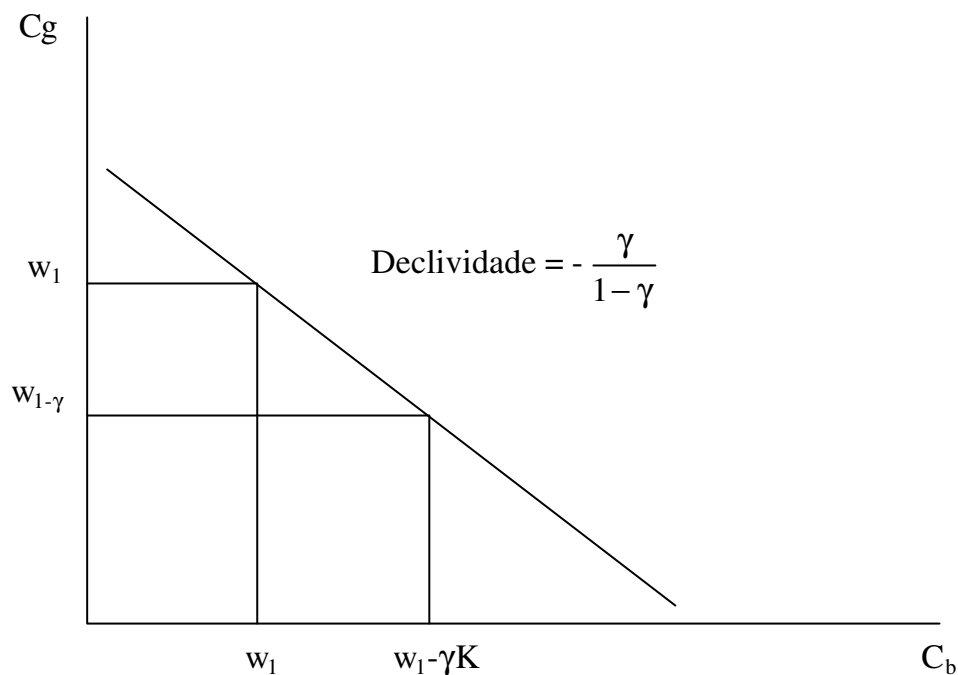
Para VARIAN (1994), uma forma útil de se encarar uma decisão sob condições de incerteza é considerar riqueza disponível, nas diferentes circunstâncias, como representante de bens diferentes. Por exemplo, na aquisição de uma apólice de seguro há dois estados de natureza: a perda ocorre ou não. Nesse caso, os termos do contrato representam um plano de consumo contingente que estabelece quanto dinheiro o segurado terá, caso ocorra perda, e quanto dinheiro terá, caso ela não ocorra.

As pessoas têm preferências por distintos planos de consumo, da mesma forma que têm preferências pelo próprio consumo. A maioria dos indivíduos sente-se melhor quando tem certeza de que está totalmente assegurada. As pessoas fazem escolhas que refletem suas preferências pelo consumo em diferentes circunstâncias, as quais são definidas nos planos de consumo, cujos termos de troca são dados pela restrição orçamentária, o que permite modelar o consumidor como aquele que escolhe o melhor plano de consumo pelo qual pode pagar.

A compra de um seguro pode ser descrita pela análise de curvas de indiferença<sup>31</sup>. Os dois estados da natureza são o evento no qual a perda se materializa e o evento no qual a perda não se materializa. Os consumos contingentes são as quantidades de dinheiro que o segurado teria em cada circunstância, conforme ilustrado na Figura 15. A linha orçamentária corresponde à compra de seguro. O prêmio do seguro ( $\gamma$ ) permite ao segurado abrir mão de consumo no resultado bom ( $C_g$ ), a fim de obter mais consumo no resultado ruim ( $C_b$ ). A dotação de consumo contingente é  $W_2$ , no estado ruim (se a perda ocorrer), e  $W_1$ , no estado bom (se a perda não ocorrer). O seguro oferece uma alternativa para sair desse ponto. Se o indivíduo comprar  $K$  de seguro, abrirá mão de  $\gamma K$  de possibilidade de consumo no estado bom, em troca

---

<sup>31</sup> Segundo a Teoria do Consumidor, este irá sempre adquirir a combinação de bens capaz de lhe proporcionar a maior utilidade que a sua renda disponível possa pagar.



Fonte: VARIAN (1994).

Figura 15 - Aquisição de seguro, representada pela linha orçamentária.

de  $(K - \gamma K)$  de consumo no estado ruim. Dividindo-se o consumo adicional que se perde no estado bom pelo consumo adicional que se ganha no estado ruim, tem-se, então,  $\frac{\Delta C_g}{\Delta C_b} = \frac{-\gamma K}{K - \gamma K} = \frac{-\gamma}{1 - \gamma}$ . Esta é a equação da declividade da reta

orçamentária que passa pela dotação do segurado. É exatamente como se o preço do consumo, no estado bom, fosse igual a  $\gamma$  e o preço, no estado ruim, fosse  $1 - \gamma$ .

Agora, é possível traçar as curvas de indiferença que esse consumidor teria em relação ao consumo contingente. Essas curvas seriam convexas, significando que ele prefere ter quantidade constante de consumo, em cada estado, a ter grande quantidade em um estado e pequena quantidade em outro.

A decisão de quanto seguro comprar pode ser tomada com base nas curvas de indiferença do consumidor em cada estado, normalmente caracterizada pela condição de tangência com a linha orçamentária, isto é, a taxa marginal de

substituição em cada estado deverá ser igual ao preço pelo qual se possa trocar o consumo nos dois estados. Nessas circunstâncias, pode-se observar como a demanda de seguro se altera à medida que variam o seu preço e a riqueza do consumidor.

Com base nas considerações feitas, é possível afirmar que a teoria do comportamento do consumidor é perfeitamente adequada para o modelamento tanto do comportamento em condições de incerteza como em condições de certeza. Contudo, quando a escolha é feita sob condições de incerteza, o problema requer uma estruturação especial, isto é, a avaliação do consumo em um período, em relação a outro, passa a depender da probabilidade de que o estado em consideração ocorra. Em face disso, escreve-se a função de utilidade como dependente do consumo e também das probabilidades de ocorrência dos eventos relacionados. Se  $c_1$  e  $c_2$  representam o consumo nos estados 1 e 2, e  $p_1$  e  $p_2$ , as respectivas probabilidades de ocorrência dos eventos a eles associadas e se os dois estados são mutuamente excludentes, de modo que  $p_2=1- p_1$ , a função de utilidade para o consumo nos dois estados pode ser escrita como  $u(c_1, c_2, p_1, p_2)$ , a qual representa as preferências do indivíduo pelo consumo em cada estado.

Uma forma particularmente conveniente de representar uma função de utilidade, em contexto de risco, é dada por  $u(c_1, c_2, p_1, p_2) = p_1 v(c_1) + p_2 v(c_2)$ , que implica que a utilidade pode ser escrita como uma soma ponderada de alguma função do consumo em cada estado,  $v(c_1)$  e  $v(c_2)$ , em que os pesos são dados pelas probabilidades  $p_1$  e  $p_2$ . Em se tratando de bens substitutos perfeitos, em que  $u(c_1, c_2, p_1, p_2) = p_1 c_1 + p_2 c_2$ , o valor esperado da função de utilidade assume esta forma, com  $v(c) = c$ . Para uma função utilidade do tipo Cobb-Douglas, por exemplo, em que  $u(c_1, c_2, p, 1-p) = c_1^p c_2^{1-p}$  indica que a utilidade correspondente a qualquer combinação de cestas depende de um padrão de consumo não-linear, torna-se necessário que ela seja expressa em termos logarítmicos para que tome a forma linear, com  $v(c) = \ln c$ .

Se um dos estados for um evento certo, sendo, por exemplo,  $p_1=1$ , então  $v(c_1)$  seria a utilidade do consumo no estado 1. De forma similar, se  $p_2 = 1$ ,  $v(c_2)$ , seria a utilidade do consumo no estado 2. Por conseguinte, a expressão  $p_1 v(c_1) +$



$p_2 v(c_2)$  representa a utilidade média ou a utilidade esperada do padrão de consumo  $(c_1, c_2)$ . Segundo MAS-COLLEL et al. (1995), a função utilidade, com a forma particular acima descrita, é conhecida como função de utilidade esperada ou função de utilidade de Von Neumann-Morgenstern.

Quando se diz que as preferências de um consumidor podem ser representadas por uma função de utilidade esperada, ou que as preferências do consumidor têm a propriedade da utilidade esperada, isto significa que é possível escolher para ele uma forma funcional, em que a utilidade possa ser representada pela forma aditiva descrita. Poder-se-ia, também, escolher outra forma para a função, qual seja, qualquer transformação monotônica de uma função de utilidade esperada, descrevendo-se as mesmas preferências desta. Contudo, a representação na forma aditiva é particularmente conveniente, haja vista que, se as preferências do consumidor forem descritas por  $p_1 \ln c_1 + p_2 \ln c_2$ , serão também descritas por  $c_1^{p_1} c_2^{p_2}$ . Porém, esta última representação não tem a propriedade da utilidade esperada.

Por outro lado, a função de utilidade esperada pode ser submetida a alguns tipos de transformações monotônicas e, ainda, conservar a propriedade de utilidade esperada. Diz-se que uma função  $v(u)$  é uma transformação afim<sup>32</sup> positiva, caso possa ser escrita na forma  $v(u) = au + b$  (em que  $a > 0$ ). Uma transformação “afim” positiva poderia ser, simplesmente, a multiplicação da função original por um número positivo e a adição de uma constante. De fato, ao submeter-se uma função de utilidade esperada a uma transformação afim positiva, essa transformação não só representará as mesmas preferências, mas também terá a propriedade da utilidade esperada.

Em uma escolha sob condições de risco há um tipo natural de independência entre os resultados possíveis, visto que as escolhas que as pessoas planejam fazer em um estado da natureza independem do que planejam fazer noutros estados, o que implica que somente um dos planos contingentes será realmente realizado. Essa característica da escolha sob condições de risco é

---

<sup>32</sup> Uma transformação “afim” é um tipo especial de transformação monotônica.

conhecida como hipótese da independência, que indica que a função de utilidade para consumo contingente deverá ser aditiva, isto é, se  $c_1$ ,  $c_2$  e  $c_3$  são os consumos em diferentes estados da natureza (ou em face da ocorrência de diferentes eventos) e  $p_1$ ,  $p_2$  e  $p_3$  são as probabilidades de que esses três diferentes estados (ou eventos) ocorram e se a hipótese de independência for satisfeita, então a função de utilidade deverá admitir a forma  $U(c_1, c_2, c_3) = p_1u(c_1) + p_2u(c_2) + p_3u(c_3)$ . Isto é o que se chama de função de utilidade esperada, que satisfaz à propriedade de que a taxa marginal de substituição entre dois bens independa da quantidade do terceiro bem, isto é, a taxa marginal de substituição entre os bens 1 e 2, por exemplo, tem a forma

$$TMS_{12} = \frac{\Delta U(c_1, c_2, c_3) / \Delta c_1}{\Delta U(c_1, c_2, c_3) / \Delta c_2} = \frac{p_1 \Delta u(c_1) / \Delta c_1}{p_2 \Delta u(c_2) / \Delta c_2}.$$

Esta TMS depende apenas de quanto se possui dos bens 1 e 2 e independe das quantidades possuídas do bem 3.

### 3.2. Modelo analítico

Para respaldar a operacionalização deste estudo, escolheu-se o modelo de Black & Scholes para avaliação de opções, em tempo contínuo. Este é um modelo muito importante e adequado para “precificar” este tipo de derivativo. Trata-se de uma fórmula que, apesar de relativamente complexa, é de pronta aplicação, uma vez que a maioria de seus elementos pode ser facilmente obtida no próprio mercado. Embora tenha sido elaborado há mais de 25 anos, ainda hoje é o modelo de “precificação” de opções mais usado, apesar das imperfeições nele detectadas. De fácil aplicabilidade prática, a fórmula Black & Scholes, para “precificação” de uma opção básica, pode ser implementada em modernas calculadoras, como, por exemplo, HP-12C (BECKER e LEMGRUBER, 1995). Além disso, os profissionais de mercado utilizam informações que tendem a aumentar a força do modelo, como, por exemplo, a inferência da volatilidade

implícita do ativo-objeto, a partir do preço de mercado observado para as opções, em comparação ao preço teórico obtido a partir da volatilidade histórica.

As modernas técnicas de “precificação” de opções têm suas raízes no cálculo estocástico que, na área das finanças aplicadas, é considerado um dos mais complexos, do ponto de vista matemático (RUBASH, 1998). A história formal dessas técnicas retroage a 1877, quando Charles Castelli escreveu um livro intitulado *The Theory of Options in Stocks and Shares*. O livro de Castelli abordou o *hedging* e os aspectos da especulação com opções, mas faltou-lhe base teórica de apoio. Vinte e três anos mais tarde, Louis Bachelier, em sua “*Theorie de la Speculation*”, ofereceu a conhecida avaliação analítica para opções. Ele estava certo e desenvolveu, pela primeira vez, as noções básicas de avaliação subsequente, o movimento browniano e o conceito de *martingales*<sup>33</sup>, mas cometeu um deslize ao sugerir que o preço de um ativo segue um movimento browniano aritmético, caso em que são admitidas situações inaceitáveis em condições de equilíbrio geral - probabilidade positiva de preços negativos para o ativo e o preço da opção maior que o do ativo. O trabalho de Bachelier despertou interesse do Professor Paul Samuelson, do Massachusetts Institute of Technology, que, em 1955, publicou um *paper* intitulado “*Brownian Motion in the Stock Market*”. Nesse mesmo ano (1955), Richard Kruizenga, um discípulo de Samuelson, citou o trabalho de Bachelier em sua dissertação intitulada “*Put and Call Options: A Theoretical and Market Analysis*”. Em 1962, em outra dissertação, desta vez de um estudante de nome A. James Boness, cujo trabalho era intitulado “*A Theory and Measurement of Stock Option Value*”, desenvolveu-se um modelo que estabeleceu importante ponte teórica entre o seu trabalho e de seus predecessores. Seu trabalho lançou as bases que dariam sustentação ao Modelo de Precificação de Opções, desenvolvido por Fischer Black e Myron Scholes, em 1973 (RUBASH, 1998).

---

<sup>33</sup> O processo  $X_t$  é dito uma *martingales*, se obedecer às seguintes propriedades: 1)  $E(X_t) < +\infty$ ; 2)  $E(X_{t+1} | X_s, S \leq t) = X_t$ . Isto significa que as realizações do processo  $X_t$  são independentes e centradas em torno de uma média e que o conhecimento das realizações anteriores não tem nenhuma utilidade na previsão das realizações futuras (EID JÚNIOR, 1995:30).

Fischer Black, em 1969, começou a desenvolver um modelo para avaliação de *warrants*. Este trabalho envolveu o cálculo de um derivativo para medir como a taxa de desconto de uma *warrant* varia com o tempo e com o preço da ação. O resultado deste cálculo revelou surpreendente semelhança com uma conhecida equação de transferência de calor. Logo após essa descoberta, Fischer Black e Myron Scholes juntaram-se e começaram a desenvolver um modelo para “precificação” de opções. Por volta de 1973, a dupla havia escrito o primeiro esboço de um *paper* que se transformaria num modelo analítico para determinação do preço justo de opções de compra do tipo europeu sobre ativos que não pagam dividendos. Eles submeteram esse trabalho ao *Journal of Political Economy* para publicação, que o rejeitou imediatamente. Convencidos, porém, do mérito de suas idéias, enviaram uma cópia ao *Review of Economics and Statistics*, que também o rejeitou. Após algumas revisões e comentários adicionais de Merton Miller e Eugene Fama, ambos da University of Chicago, submeteram o *paper* ao *Journal of Political Economy*, que, finalmente, o aceitou.

A partir de sua publicação em 1973, o modelo de “precificação” de opções, de Black & Scholes, tornou-se o de maior aceitação, dentre todos os modelos financeiros. Contudo, não coube somente a esses dois autores todos os méritos dessa criação, pois o modelo por eles desenvolvido é, de fato, uma versão avançada de um modelo anterior desenvolvido por A. James Boness. A contribuição de Black & Scholes sobre o modelo de Boness veio na forma de uma prova que a taxa de juros livre de risco é o fator de atualização correto e, também, com a suposição de neutralidade ao risco por parte dos investidores.

A fórmula Black & Scholes, de “precificação” de opções, é uma equação diferencial parcial linear que relaciona o preço de um derivativo com o preço do ativo-objeto correspondente<sup>34</sup>, especificamente,

$$\frac{\partial f}{\partial t} + rS \frac{\partial f}{\partial S} + \frac{\sigma^2 S^2}{2} \frac{\partial^2 f}{\partial S^2} = rf, \quad (9)$$

---

<sup>34</sup> COX e RUBINSTEIN (1985:205) demonstraram que a fórmula binomial converge para a fórmula BS, quando  $\Delta T$  tende para infinito, com  $u$ ,  $d$ ,  $q$  e  $r$  mantidos constantes. Em língua portuguesa, veja, a esse respeito, LEMGRUBER (1992:30) e EID JÚNIOR (1995: 89).

em que  $S$  é o preço do ativo-objeto;  $f$ , o preço do derivativo gerado a partir de  $S$ ;  $r$ , a taxa de juros livre de risco, com capitalização contínua; e  $\sigma^2$ , a variância associada a  $S$ . O modelo admite que a variância e a taxa de juros sejam constantes, sendo esta última a mesma para todos os prazos de vencimento.

A equação Black & Scholes pode ser usada para descrever fenômenos unidimensionais e é conhecida nas Ciências Físicas como equação unidimensional do calor (ou da difusão). Foi estudada há mais de 200 anos, e suas soluções, em condições limites, foram bem caracterizadas (WILMOTT, 1995). Equações relativamente simples para vários preços de derivativos podem ser encontradas na resolução dessa equação diferencial com as condições de limite apropriadas.

Há várias premissas subjacentes ao modelo Black & Scholes, porém, uma das mais importantes, é que  $S$  (preço do ativo-objeto) siga um tipo específico de processo de *wiener*<sup>35</sup>, conhecido como movimento geométrico browniano, isto é,

$$dS = \mu S dt + \sigma S dz, \quad dz = \varepsilon(dt)^{1/2}, \quad \varepsilon \sim N(0,1), \quad (10)$$

em que a média ( $\mu$ ) e a variância ( $\sigma^2$ ), associadas a este processo, são constantes;  $z$  é o processo de Wiener; e  $N(0,1)$  denota uma distribuição normal padrão. É interessante notar que, embora  $\mu$  descreva  $S$  como um processo estocástico, não aparece na equação diferencial Black & Scholes. Isto permite que se use a suposição de neutralidade ao risco para encontrar soluções para a equação diferencial Black & Scholes, que permanece válida em um mundo de não-neutralidade ao risco (HULL, 1997). Infelizmente, a variação aparece no final da equação Black & Scholes e a suposição que ela seja constante durante toda a vida de um derivativo é, freqüentemente, inconsistente. Numerosas correções têm sido propostas para corrigir essa inconsistência, desde o surgimento do modelo BS (RUBASH, 1998).

---

<sup>35</sup> Conceito matemático aplicado em física para descrever o comportamento de uma partícula de matéria sujeita a um número muito grande de choques moleculares. Veja Apêndice C.

A partir de sua publicação em 1973, o modelo de “precificação” de opções, de Black & Scholes, ganhou grande aceitação no mundo dos mercados de derivativos. Foi concebido para considerar intervalos infinitesimais de tempo para formação de preço. Para tanto, utiliza a distribuição normal (em vez da binomial)<sup>36</sup> para calcular a probabilidade de o ativo-objeto atingir determinado nível de preço. A fórmula BS é muito útil aos investidores do mercado de opções, já que pode ser usada para medir o valor e o risco de uma opção, em relação ao ativo subjacente. Em associação ao modelo mais completo sobre o comportamento de ativos financeiros, como o “capital asset pricing model”, pode ser usado na construção de portfólios ótimos formados por opções e outros ativos (COX e RUBINSTEIN, 1985:253). A fórmula básica, conquanto apresente razoável sofisticação matemático-estatística, é de pronta aplicação, visto que a maioria de seus elementos é facilmente obtida no próprio mercado. Basicamente, o prêmio de uma opção corresponde ao valor presente da diferença potencial entre o preço do ativo-objeto no mercado a vista e o preço de exercício. Essas relações são expressas, de maneira bastante simplificada, pelas equações:

$$c = SN(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2), \quad (11)$$

$$p = Ke^{-rT} N(-d_2) - SN(-d_1), \quad (12)$$

em que

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}, \quad (13)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T},$$

$c$  = preço teórico da *call*;  $p$  = preço teórico da *put*;  $S$  = cotação do ativo de base;  $K$  = preço de exercício da opção (*call* ou *put*);  $T$  = tempo restante para o

---

<sup>36</sup> No modelo binomial, consideram-se intervalos de tempo discretos e admite-se que, a cada período, o ativo-objeto possa assumir apenas dois valores  $S_u$ , caso haja aumento de preço ou  $S_d$ , em caso de queda no preço. Ver seção 2.3.

vencimento (em anos);  $r$  = taxa de juro de curto prazo (livre de risco); " $e$ " = número de nepper ( 2,71828);  $N(d)$  = probabilidade que uma flutuação com amplitude menor que " $d$ " apareça, pressupondo-se que as variações tenham distribuição de probabilidade normal com média nula e desvio-padrão igual a 1; e  $\sigma$  = volatilidade: desvio-padrão dos retornos do ativo de base.

O modelo é de fácil compreensão e, para efeitos didáticos, pode ser dividido em duas partes. A primeira parte da equação 4 é o retorno esperado da aquisição de um ativo. Isto é encontrado pela multiplicação do preço a vista do ativo-objeto ( $S$ ) pela variação no prêmio da *call*, em relação à mudança no preço a vista do ativo de base [ $N(d_1)$ ]. A segunda parte do modelo,  $Ke^{-rT} N(d_2)$ , fornece o valor atual do preço de exercício na data do vencimento. O valor justo de uma opção de compra (*call*) é, então, calculado pela diferença entre essas duas partes.

### **Premissas do modelo**

*1) Em se tratando de ações, elas não rendem dividendos durante a vida da opção*

A maioria das empresas paga dividendos aos seus acionistas. Isto é visto como uma séria limitação do modelo, considerando-se que a inclusão dos dividendos implica rebaixamento no prêmio justo da *call*. Uma das maneiras de ajustar o modelo a esta situação é subtrair ao preço da ação o valor atual dos dividendos futuros.

*2) A opção em estudo é do tipo europeu e só pode ser exercida na data de seu vencimento*

Opções do tipo europeu somente podem ser exercidas na data do vencimento. Opções do tipo americano podem ser exercidas a qualquer tempo, até a data do vencimento, conferindo-lhes maior valor diante das opções européias e da sua maior flexibilidade. Essa limitação, contudo, não é muito importante, visto que, na prática, são poucas as vezes em que o exercício de uma *call* antes do vencimento é interessante, do ponto de vista econômico. Isto se deve ao fato de que, ao se exercer uma *call* antes do vencimento, perde-se o valor do tempo remanescente e aufere-se o valor intrínseco. Ao se aproximar o

vencimento de uma *call*, o valor tempo remanescente é muito pequeno, mas o valor intrínseco é o mesmo.

### *3) Os mercados são eficientes*

Essa suposição sugere que as pessoas não podem, com consistência, prever a direção do mercado ou mesmo de um único ativo. Os mercados operam continuamente, e os preços seguem um processo contínuo de Itô (Veja Apêndice C). Para compreender o que é um processo contínuo de Itô, deve-se, primeiro, saber o que é um processo de Markov, que é um processo em que a observação no período  $t$  depende somente da observação precedente. Um processo de Itô é, simplesmente, um processo de Markov contínuo no tempo. Se alguém fosse desenhar seguindo um processo contínuo, teria de fazê-lo sem levantar o lápis da folha de papel.

### *4) Não se levam em consideração os custos operacionais e pagamentos de impostos*

Por simplificação, não se levam em conta os custos operacionais da transação nem o pagamento de impostos. Usualmente, os participantes do mercado têm que pagar uma comissão para comprar ou vender opções. Investidores de uma mesma classe pagam os mesmos tipos de emolumentos que são, geralmente, muito pequenos e não comprometem os resultados alcançados pelo modelo.

### *5) As taxas de juros de curto prazo são conhecidas e permanecem constantes até o término da vida da opção*

O modelo de Black & Scholes usa a taxa de juros livre de riscos para representar essa taxa conhecida e constante.

### *6) Os retornos seguem distribuição lognormal*

Nesta suposição está implícito que os preços do ativo-objeto sigam um *random walk* (movimento aleatório) em tempo contínuo, com variância proporcional ao quadrado do preço do ativo-objeto. Isto faz com que a distribuição dos possíveis preços deste, ao fim de cada intervalo finito de tempo,



seja lognormal e a variância (medida em termos percentuais) seja constante. Enquanto uma variável com distribuição normal pode admitir qualquer valor, positivo ou negativo (Figura 16), uma variável com distribuição lognormal (Figura 17) só pode admitir valores positivos. Nesse caso em que o ativo de base tem distribuição lognormal, seus retornos seguem distribuição normal, cuja taxa de rendimento contínuo é igual a  $\ln(P_t/P_{t-1})$ .

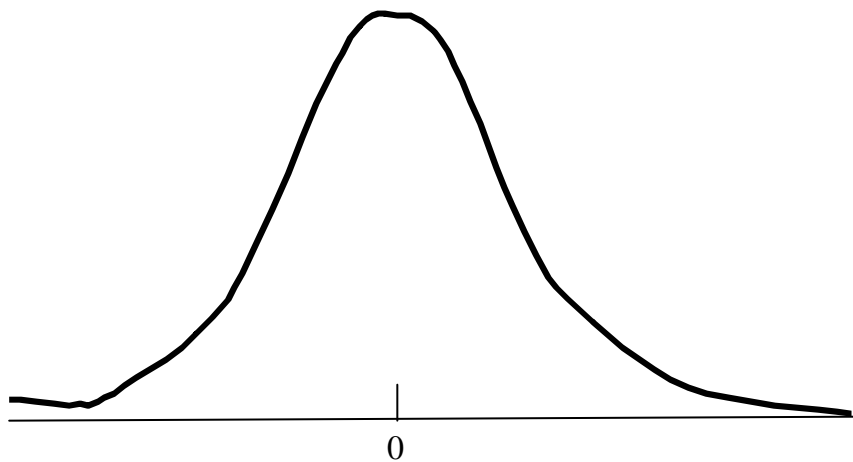


Figura 16 - Representação gráfica de uma distribuição normal.

Sob essas suposições, o preço da opção dependerá apenas do preço da ação, da maturidade da opção e de fatores, dados como constantes.

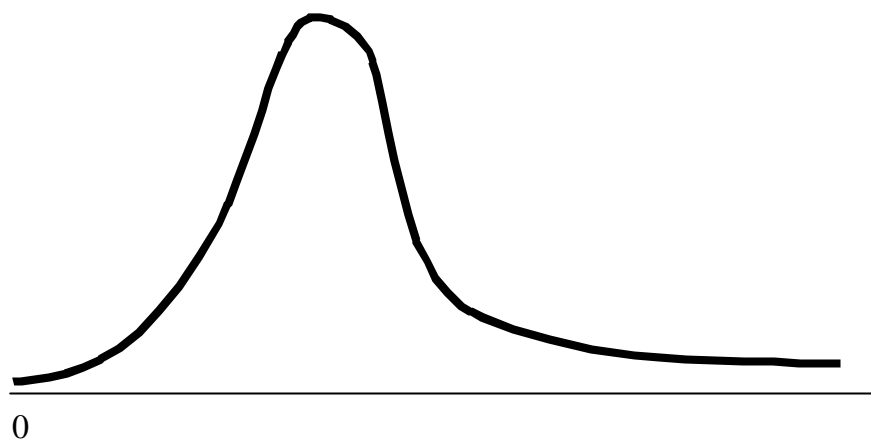


Figura 17 - Representação gráfica de uma distribuição lognormal.

### 3.2.1. Parâmetros de Black & Scholes

São duas as variáveis básicas que descrevem o comportamento dos preços de um ativo, quando se admite distribuição lognormal. Essas variáveis são o retorno esperado do ativo-objeto e a volatilidade do seu preço. O **retorno esperado** é a média anualizada dos ganhos auferidos pelos investidores, em curto período de tempo. A **volatilidade** é a medida de incerteza acerca das variações proporcionais no preço do ativo.

### 3.2.2. Retorno esperado

O retorno esperado demandado pelos investidores depende do risco do próprio ativo de base e do nível da taxa de juros na economia. Quanto maior o risco, maior o retorno, e quanto maior a taxa de juros livre de risco, maior o retorno esperado de qualquer ativo. Observa-se que o valor da opção, quando expresso em valor do ativo-objeto, não depende do retorno esperado.

### 3.2.3. Volatilidade

A volatilidade de um ativo é uma medida do risco dos retornos por ele proporcionados. A volatilidade típica do valor de uma ação situa-se numa faixa de 0,2 a 0,4 ao ano. Frequentemente, a volatilidade de um ativo de base é expressa em percentual. Teoricamente, duas causas principais explicam a volatilidade. A primeira causa, implícita na premissa de mercados eficientes, admite que mudanças na volatilidade do preço somente possam ser causadas por novas informações ao acaso sobre os retornos futuros do ativo. A outra causa teórica afirma que a volatilidade, em grande parte, é causada pelos próprios negócios. Pode-se fazer a estimação a partir de uma série de preços. Costuma-se, em geral, observar os preços do ativo em intervalos regulares de tempo, tais como dias, semanas ou meses.

#### 3.2.3.1. Volatilidade histórica

A volatilidade do preço do ativo é o único parâmetro das fórmulas de precificação de Black & Scholes que não pode ser observado diretamente. Para proceder ao seu cálculo, define-se  $n + 1$  = número de observações;  $S_i$  = preço da ação no final do  $i$ -ésimo intervalo ( $i = 0, 1, \dots, n$ );  $\bar{\mu}$  = média de todos os  $\mu_i$ ;  $T$  = intervalo de tempo, em anos; e  $s^*$  = sigma/desvio-padrão.

O retorno  $\mu_i$ , durante o intervalo de tempo que inclui uma data ex-dividendo, é dado por

$$\mu_{ii} = \ln\left(\frac{S_i}{S_{i-1}}\right). \quad (14)$$

Uma estimativa do desvio-padrão dos  $\mu_i$  é dada por

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\mu_i - \bar{\mu})^2} \quad (15)$$

ou

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \mu_i^2 - \frac{1}{n(n-1)} \left( \sum_{i=1}^n \mu_i \right)^2}. \quad (16)$$

O desvio-padrão dos valores de  $\mu_i$  é  $\sigma \sqrt{T}$ . Assim,  $\sigma$  pode ser estimado por  $s^*$ , em que

$$s^* = \frac{s}{\sqrt{T}}. \quad (17)$$

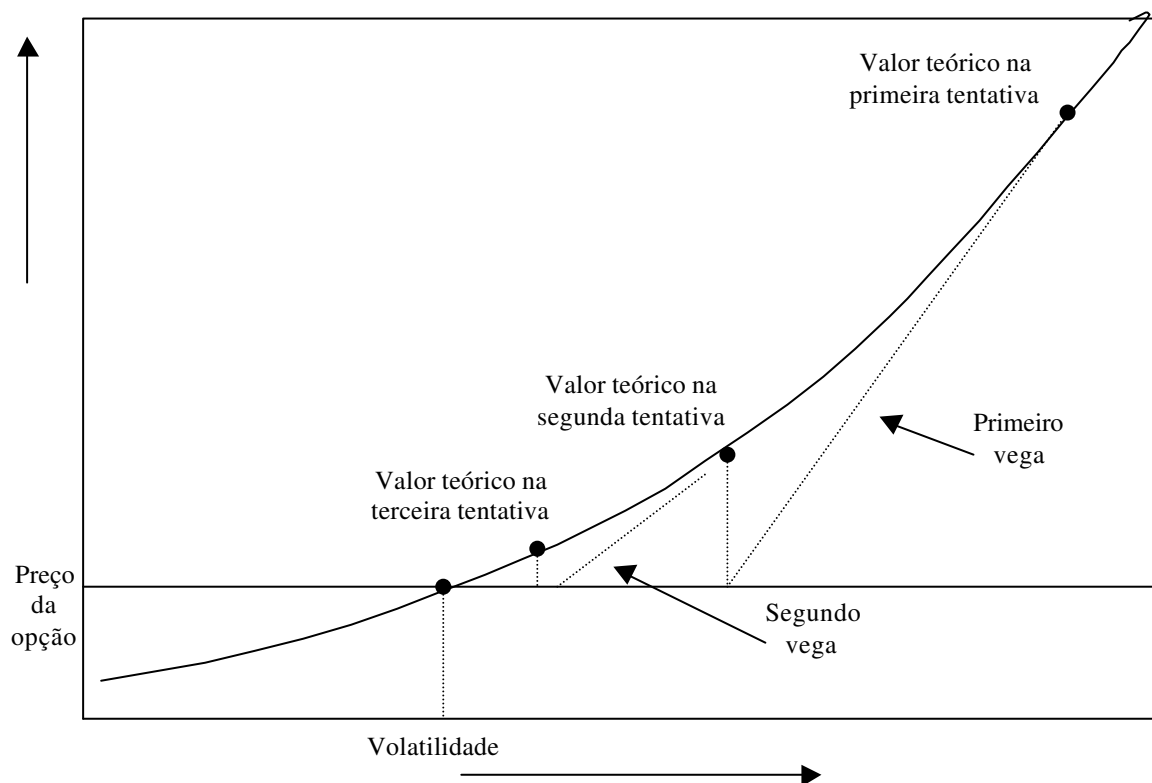
O erro-padrão dessa estimativa é de, aproximadamente,  $\frac{s^*}{\sqrt{2n}}$ . A escolha de um valor apropriado para o número de observações ( $n$ ) é uma tarefa difícil, visto que não há um padrão. Sabe-se que maior número de dados conduz à maior exatidão. Entretanto,  $\sigma$  realmente muda com o tempo, e as informações muito antigas podem não ser relevantes para predizer o futuro. Uma prática usual que parece funcionar bem é utilizar os preços de fechamento diários no período mais recente de 90 a 180 dias (veja, no Apêndice D, uma simulação de cálculo da volatilidade histórica e dos prêmios teóricos para *call* e *put*).

### 3.2.3.2. Volatilidade implícita

Outra alternativa para estimação da volatilidade de um ativo é conhecida como volatilidade implícita. Esta é a volatilidade embutida no preço de uma opção disponível no mercado e pode ser usada para monitorar a opinião do mercado sobre a volatilidade de determinado ativo, que muda com o tempo. Pode também ser usada para estimar o preço de uma opção, a partir do preço de outra.

Como não é possível inverter o modelo de Black & Scholes para se chegar à volatilidade implícita, a partir do conhecimento do preço de uma opção, uma alternativa usada para solucionar este impasse é a utilização do algoritmo de aproximação de Newton-Raphson (NATENBERG, 1994:445). Trata-se de um

processo bastante simples de achar a volatilidade implícita, usando-se a fórmula do vega (sensibilidade de uma opção a mudanças na volatilidade). Em primeiro lugar, admite-se que a verdadeira volatilidade do ativo-objeto esteja implícita no preço da opção; então, usa-se o vega da opção para se obter a verdadeira volatilidade embutida no seu preço. A Figura 18 ilustra este método.



Fonte: NATENBERG (1994).

Figura 18 - Representação gráfica do processo iterativo para encontrar a volatilidade implícita, com utilização da fórmula do vega e com base no algoritmo de Newton-Raphson.

Devido ao fato de o vega de uma opção ser relativamente linear, o método converge rapidamente, de modo que três iterações são, geralmente, suficientes para se obter a volatilidade implícita procurada (veja procedimentos para cálculo no subitem 3.3.2.6.4, na página 100).

### **3.2.4. Indicadores de sensibilidade**

Os mercados de opções oferecem infindável número de oportunidades para operações de especulação, cobertura e arbitragem, por meio da relação íntima entre valor do prêmio da opção e cotação do ativo de base correspondente. As opções são *wasting assets*, ou seja, são títulos cujo valor diminui com o tempo dado e têm vida útil limitada. Assim, é necessário que o operador, nesses mercados, dê muita atenção à influência que as cotações e o tempo têm no valor das opções, devendo, para tal, recorrer aos instrumentos que consigam quantificar estas dependências. Esses coeficientes são o delta, o gama, o teta, o vega e o rô.

#### **3.2.4.1. Delta**

O delta mede a variação do prêmio da opção em consequência de uma variação infinitesimal na cotação do ativo de base. Corresponde à derivada da função do prêmio em relação à cotação do ativo de base. Os prêmios de *calls* e *puts* dependem da cotação dos ativos de base. Quando as cotações do ativo de base sobem, os prêmios das *calls* aumentam e os prêmios das *puts* diminuem. O delta é um número entre -100 e 100. Varia numa faixa de zero a 100 para *calls* muito fora do dinheiro (*far out-the money*) e muito dentro do dinheiro (*deeply in-the-money calls*), respectivamente. Varia de zero a -100 para *puts* muito fora do dinheiro (*far out-the-money puts*) e muito dentro do dinheiro (*deeply in-the-money puts*), respectivamente. *Calls* no dinheiro (*at-the-money calls*) têm delta em torno de 50, e *puts* no dinheiro (*at-the-money puts*), em torno de -50. Com o

crescimento da volatilidade, os deltas das *calls* tendem a se mover para 50, e os deltas das *puts*, para -50. Já o delta do ativo-objeto é, por definição, 100.

As fórmulas do delta para *calls* e *puts* são explicitadas a seguir:

Delta *call*

$$\Delta = N(d_1) \quad (18)$$

Delta *put*

$$\Delta = N(d_1) - 1, \quad (19)$$

em que  $N(d_1)$  é dado pela fórmula (13).

### 3.2.4.2. Gama

Mede a variação no valor do delta da opção quando há variação infinitesimal da cotação do ativo de base. Em termos matemáticos, corresponde à derivada da função delta em relação à cotação do ativo de base e é calculado da mesma maneira para *calls* e *puts* do tipo europeu, para ações que não pagam dividendos:

$$\Gamma = \frac{N'(d_1)}{S\sigma\sqrt{T}}, \quad (20)$$

em que

$$N'(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}, \quad (21)$$

e as variáveis  $S$ ,  $\sigma$ ,  $T$ , conforme definidas anteriormente.

O gama é uma medida da sensibilidade do delta para pequenas variações no preço. É, às vezes, identificado como a curvatura de uma opção; é a taxa à qual uma opção ganha ou perde deltas, em face a variações no preço do ativo-objeto. O gama é dado em deltas por ponto de variação no ativo de base. Se este ativo se move para baixo, do delta antigo subtrai-se o gama, para obter novo

delta. Se, ao contrário, o preço do ativo se move para cima, o novo delta é obtido pela adição do gama ao delta anterior. Todas as *calls* e *puts* por futuros têm gama positivo. As opções por dinheiro têm gama maior que as opções por dentro ou por fora do dinheiro, com o mesmo prazo de vencimento. Com a aproximação da data do vencimento ou com a redução da volatilidade, o gama de opções por dinheiro pode crescer dramaticamente.

### 3.2.4.3. Teta

Quanto mais o tempo passa, dada a natureza de *wasting assets* das *calls* e das *puts*, *ceteris paribus*, mais os prêmios diminuem. O teta de uma *call* ou de uma *put* mede a queda previsível dos prêmios em caso de estabilidade das cotações do ativo de base, para um período unitário de um ano. Matematicamente, este indicador é igual ao negativo da derivada da função prêmio, em relação ao tempo.

O teta de uma *call*, do tipo europeu, é definido como:

$$\Theta_c = -\frac{SN'(d_1)\sigma}{2\sqrt{T}} - rKe^{-rT}N(d_2). \quad (22)$$

Para uma *put* do tipo europeu, o teta é definido como

$$\Theta_p = -\frac{SN'(d_1)\sigma}{2\sqrt{T}} + rKe^{-rT}N(-d_2). \quad (23)$$

O teta mede o efeito da passagem do tempo para o vencimento sobre os valores teóricos de *calls* e *puts*. Na literatura especializada é, geralmente, referido como o fator *time decay*, porque mede a taxa à qual uma opção perde valor com a passagem do tempo. O teta de uma opção por dinheiro sempre cresce com a aproximação do tempo para o vencimento. Por isso, uma opção por dinheiro, com prazo mais curto, perde valor mais rapidamente que outra opção por



dinheiro, com prazo mais longo. Opções por dinheiro têm sempre teta maior que opções por dentro ou por fora do dinheiro, com a mesma data de vencimento.

#### 3.2.4.4. Vega

O vega mede a sensibilidade do valor da opção por pequenas mudanças na volatilidade, ou seja, mede o efeito sobre o valor teórico de uma opção, como resultado de uma mudança na volatilidade. Desde que todas as opções ganhem valor com o aumento da volatilidade do ativo-objeto, o vega para *calls* e *puts* é sempre um número positivo. O vega de todas as opções decresce com a aproximação da data de vencimento, razão por que opções por prazo de vencimento mais longo são mais sensíveis a mudanças na volatilidade que opções por prazo mais curto, com o mesmo preço de exercício. As opções por dinheiro têm sempre um vega maior que opções por dentro ou por fora do dinheiro, com o mesmo prazo para o vencimento.

O vega<sup>37</sup> de uma *call* ou *put*, do tipo europeu, é dado por

$$\Lambda = S \sqrt{T} N'(d_1). \quad (24)$$

#### 3.2.4.5. Rô

Mede a sensibilidade do valor teórico de uma opção às mudanças na taxa de juros. Todas as opções por futuros têm rô negativo. Quando se aumenta a taxa de juros, decresce o valor de uma opção, porque o custo de carregamento da posição torna-se maior. Em geral, não se usa o rô para escolha de estratégias ou para gerenciamento de risco de opções por futuros. Entretanto, ele se presta muito bem para a escolha de estratégias e administração do risco de opções por ativos a vista, moedas e *commodities* físicas, em face à sensibilidade desse instrumento às variações na taxa de juros.

---

<sup>37</sup> Alguns autores referiram-se ao vega como kappa, omega ou zeta. Ver, por exemplo, BESSADA (1994) e SILVA (1996).

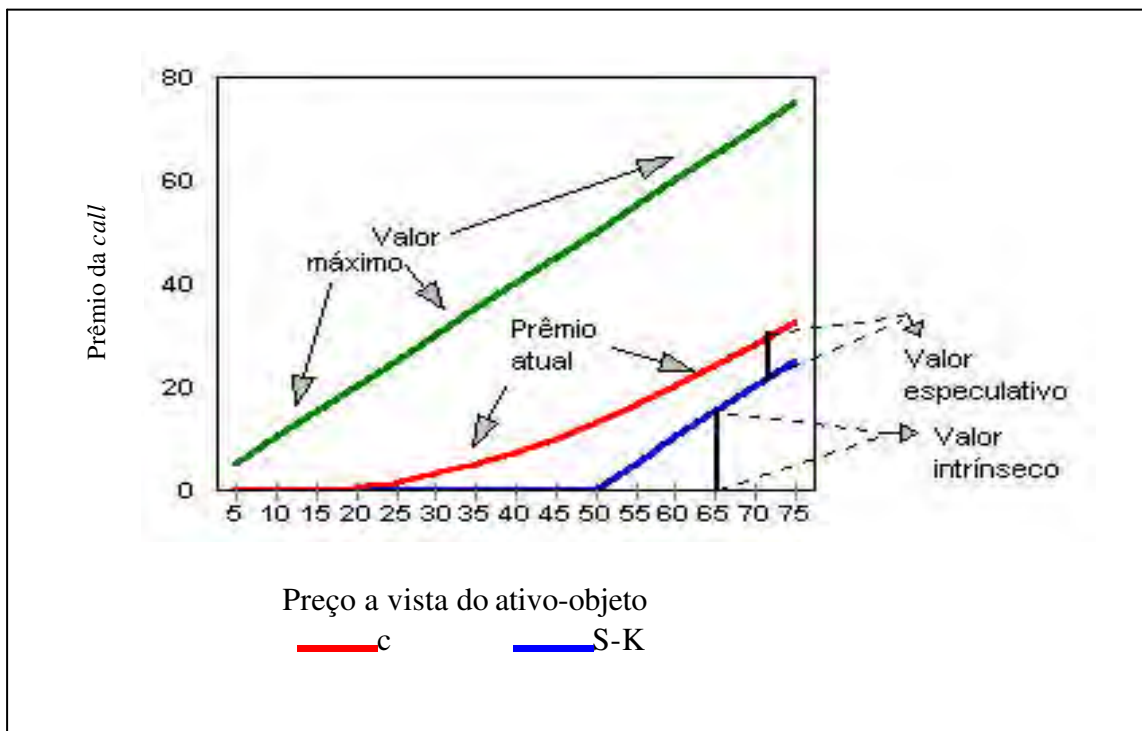
O r o de *calls* e de *puts*, do tipo europeu,   matematicamente expresso como

$$\rho_c = Kte^{-rT} N(d_2), \quad (25)$$

$$\rho_p = -Kte^{-rT} N(-d_2). \quad (26)$$

### 3.2.5. Representa o gráfica da forma o do prêmio de uma *call*

A Figura 19 mostra as rela es entre o prêmio de uma op o por compra (*call*) e o preço do ativo-objeto. São identificados os valores intrínseco, especulativo, máximo e o prêmio atual.



Fonte: RUBASH (1998).

Figura 19 - Representa o gráfica do prêmio de uma op o por compra (*call*), em rela o ao preço do ativo-objeto.

### **3.2.6. Extensões do modelo**

Desde sua publicação (em 1973), o modelo Black & Scholes para “precificação” de opções tem sido objeto de muita atenção por parte de muitas instituições acadêmicas e financeiras que vêm contribuindo para expansão do trabalho original. Logo em 1973, Robert Merton relaxou a premissa de *não-pagamento de dividendos*. Em 1976, Jonathan Ingerson deu mais um passo e relaxou a premissa da *não-existência de taxas ou custos operacionais* e, em 1976, Merton removeu a restrição de *taxa de juros constante*. Como resultado de todas essas alterações, a versatilidade e a exatidão do modelo para avaliação de opções têm aumentado consideravelmente.

### **3.2.7. Vantagens do modelo**

Dentre as vantagens apresentadas pelo modelo, uma das mais importantes é, certamente, o seu fácil e prático uso, visto que mostra, com clareza, o que é e o que não é importante para se proceder a uma boa avaliação do preço teórico das opções. Em segundo lugar, não se compromete com a exatidão dos preços teóricos das opções diante dos preços de mercado, mas propõe o uso de técnicas eficientes que permitem ao profissional de mercado acompanhar o comportamento das opções, dadas as variações nos preços dos ativos de base, no mercado. O modelo não esgota todas as suas potencialidades na simples determinação do prêmio justo de mercado, dado que permite ao operador estabelecer outras injunções que irão auxiliá-lo nas suas decisões e estratégias. É especialmente adequado para auxiliar o investidor na montagem de estratégias de arbitragem, evidenciando distorções nos preços relativos, quer das opções em relação ao mercado a vista, quer entre diferentes séries de opções (COSTA et al., 1992).

### **3.2.8. Desvantagens do modelo**

Uma das maiores deficiências do modelo é a sua incapacidade para calcular o preço de derivativos mais complexos. Nesse aspecto, a fragilidade do modelo leva os analistas a optarem pelo uso de outros modelos com mais recursos, como, por exemplo, os modelos Binomial e a Simulação de Monte Carlo. Outro inconveniente do modelo é que todas as informações resultantes do seu uso são baseadas em dados passados. Em suas predições, ele não inclui os eventos futuros como variável, o que, não raro, é de importância crucial no mundo extremamente dinâmico das finanças.

### **3.2.9. Opções europeias**

Nas opções do tipo europeu, admite-se que o preço do ativo-objeto seja a soma de duas componentes: uma componente livre de risco, conhecida como pagamento de dividendos durante a vida da opção, e uma componente de risco. A componente livre de risco, a qualquer tempo, é o valor presente de todos os dividendos durante a vida da opção, descontados à taxa de juros livre de risco. Para usar a fórmula BS, deve-se subtrair o valor presente de todos esses dividendos do preço do ativo a vista. Um dividendo somente será incluído no cálculo se sua data ex-dividendo ocorrer durante a vida da opção.

### **3.2.10. Opções americanas<sup>38</sup>**

Uma opção de compra do tipo americano nunca deverá ser exercida antes do vencimento, quando o ativo subjacente não pagar dividendos. Quando forem pagos dividendos, algumas vezes é vantajoso o exercício antecipado, imediatamente antes da data do ex-dividendo. A razão para isto é que o pagamento do dividendo faz com que ambos, ativo-objeto e *call*, tenham valor

---

<sup>38</sup> Para uma análise sobre o exercício antecipado de opções americanas de ações que pagam dividendos, ver, por exemplo, HULL (1996), Apêndice 11A, p. 289 .

reduzido. Se o dividendo for suficientemente grande e a *call* estiver muito dentro do dinheiro, poderá ser interessante abandonar o valor tempo remanescente da opção, para evitar os efeitos adversos dos dividendos sobre o preço (HULL, 1996).

Fischer Black sugeriu uma maneira aproximada para avaliar uma opção de compra americana sobre uma ação que paga dividendos. Trata-se de um procedimento que envolve o cálculo do preço de duas opções européias: uma que vence ao mesmo tempo que a opção americana; outra que vence pouco antes da última data do ex-dividendo, que ocorre durante a vida da opção americana. O preço de exercício, o preço inicial da ação, a taxa de juros livre de risco e a volatilidade devem ser iguais para ambas as opções; entretanto, o preço da opção americana deve equivaler ao maior dos preços das opções européias. Nessa aproximação de Black, o investidor deverá inferir, para a opção americana, o maior dos valores encontrados para as opções do tipo europeu.

### **3.2.11. Avaliação de opções sobre futuros**

O modelo de Black & Scholes, para avaliação de opções do estilo europeu, foi modificado por Black, em 1976, com vistas na sua aplicação às opções pelos futuros. O modelo modificado tornou-se, então, conhecido como Modelo de Black. Nesse trabalho, Black admitiu que o preço futuro tenha a mesma propriedade lognormal admitida para o preço a vista das ações.

As opções sobre futuros proporcionam a seu titular, quando exercidas, o direito de comprar ou vender o ativo pelo preço estabelecido em data futura ou, de modo mais específico, o direito (não a obrigação) de negociar um contrato futuro por certo preço futuro, em determinada data. Uma opção de compra por um contrato futuro consiste no direito de assumir uma posição comprada a futuro, por determinado preço; uma opção de venda por futuro consiste no direito de assumir uma posição vendida a futuro, por determinado preço.

A avaliação de opções de compra e de venda do estilo europeu, consoante com o modelo de Black, é obtida imediatamente pela aplicação direta das fórmulas:

*Call* sobre futuros

$$c_f = Fe^{-rT} N(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2), \quad (27)$$

*Put* sobre futuros

$$P_f = Ke^{-rT} N(-d_2) - Fe^{-rT} N(-d_1), \quad (28)$$

em que  $d_1 = \frac{\ln\left(\frac{F}{K}\right) + \left(\frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$ ;  $d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$ ; F = preço futuro do ativo-

objeto; e  $\sigma$  = volatilidade do preço futuro.

As demais variáveis já foram definidas anteriormente.

### 3.2.11.1. Indicadores de sensibilidade de opções sobre futuros

Tal como acontece nos mercados de opções por ativos a vista, os mercados de opções sobre futuros também proporcionam aos investidores muitas oportunidades de negócios, tais como especulação, *hedging* e arbitragem. A influência que as cotações do ativo de base e o tempo exercem no valor de uma opção por futuros também é idêntica àquela descrita para as opções pelo disponível a vista, e os principais coeficientes que quantificam as relações de dependência são, igualmente, delta, gama, teta, vega e rô, cujas fórmulas são dadas, seguir:

Delta *call* sobre futuros

$$\Delta_{cf} = e^{-rT} N(d_1) \quad (29)$$

Delta *put* sobre futuros

$$\Delta_{pf} = e^{-rT} [N(d_1) - 1] \quad (30)$$

Gama *call* e *put* sobre futuros

$$\Gamma_f = \frac{N'(d_1)e^{rT}}{F\sigma\sqrt{T}} \quad (31)$$

em que  $N'(x)$  é definido conforme (21), e as variáveis, conforme anteriormente.

Teta *call* sobre futuros

$$\Theta_{cf} = -\frac{FN'(d_1)\sigma e^{-rT}}{2\sqrt{T}} + rFN(d_1)e^{-rT} - rKe^{-rT}N(d_2). \quad (32)$$

Teta *put* sobre futuros

$$\Theta_{pf} = -\frac{FN'(d_1)\sigma e^{-rT}}{2\sqrt{T}} - rFN(-d_1)e^{-rT} + rKe^{-rT}N(-d_2). \quad (33)$$

Vega *call* e *put* sobre futuros

$$\Lambda_f = F\sqrt{T}N'(d_1)e^{-rT}. \quad (34)$$

Rô *call* sobre futuros

$$\rho_{cf} = -Te^{-rT}FN(d_1). \quad (35)$$

Rô *put* sobre futuros

$$\rho_{pf} = Te^{-rT}FN(-d_1). \quad (36)$$

### 3.3. Modelo de decisão sobre o *hedge* para produtores de café e boi gordo

#### 3.3.1. Considerações preliminares

Este modelo foi construído com o objetivo de ajudar produtores rurais de café e boi gordo a adotarem procedimentos estratégicos, com vistas em se protegerem contra o risco de preço.

A concepção do modelo parte da observação factual de que o produtor rural, após ter optado por produzir determinado volume de certa *commodity*,

encontra-se diante de uma situação de retornos futuros incertos, dada a possibilidade de quedas acentuadas no preço do seu produto, quando este chegar ao mercado. Nesse sentido, o modelo busca instrumentalizar o produtor, de forma a oferecer-lhe estratégias alternativas para que ele possa escolher aquela que julgar mais apropriada, norteando-se por análise pormenorizada de indicadores técnicos e por outras informações influenciadoras das perspectivas mercadológicas e por seu próprio grau de aversão ao risco.

Parte-se do princípio que a principal e mais direta forma de *hedge* no mercado de opções, para o produtor, seja a compra de opções de venda (SILVA NETO, 1996). Por outro lado, há que se alertar para o fato de que esse *hedge*, que tem características de um seguro de preço mínimo, também tem um custo que é realizado antecipadamente, cujo ônus é irreversível, quer o produtor se beneficie dele, quer não. Por isso, é necessário que a decisão sobre o *hedge* seja precedida de um estudo sobre o comportamento do mercado, para se ter conhecimento das prováveis perspectivas de oscilação dos preços em ambas as direções (alta e baixa). A posse desse conhecimento oferece ao produtor *hedger* a chance de escolher, alternativamente, o *hedge* de toda a produção; realizar o *hedge* de parte da produção; ou não realizar o *hedge*, o que equivale a especular com a produção.

A base estrutural do modelo é constituída por indicadores estatísticos e de mercado que fornecem o respaldo técnico necessário à decisão consciente, a saber: uma série histórica composta pelos últimos 21 retornos do ativo-objeto; a distorção da série histórica; a curtose da série histórica; a volatilidade histórica do ativo de base; o preço teórico da *put*; o preço de mercado da *put*; a volatilidade implícita; o delta; o gama; o vega; o teta; e o rô.

Para o cálculo dos indicadores de sensibilidade delta, gama, vega, teta e rô, faz-se uso da volatilidade implícita embutida no preço de mercado da *put*. Todos os indicadores devem ser analisados com bastante acuidade, lembrando-se, por exemplo, que a volatilidade histórica, a distorção e a curtose têm por base fatos passados que nem sempre refletem o comportamento futuro do mercado. Acrescenta-se, ainda, que, em se tratando de um modelo, tem-se uma



simplificação da realidade que não pode garantir total entendimento e controle do risco.

### **3.3.2. Procedimentos**

Descrevem-se, a seguir, os procedimentos básicos concebidos para permitir a operacionalização do modelo, cujo objetivo é fornecer ao produtor rural um norte para sua decisão a respeito de utilizar-se do mercado de opções para *hedgear* sua produção, visando prevenir-se contra o risco de preço.

#### **3.3.2.1. Determinação do custo de produção**

O custo de produção deverá ser determinado com o maior rigor possível, incluindo-se o custo de oportunidade de todos os fatores de produção. O custo final deverá ser expresso em R\$/saca de 60 kg de café ou em R\$/@ (15 kg) de boi gordo, para cafeicultores e produtores de boi gordo, respectivamente.

#### **3.3.2.2. Preço de exercício**

Após apurar-se o custo de produção por saca (60 kg) de café e, ou, arroba (15 kg) de boi gordo, este passa a ser o preço de exercício, para o qual o proprietário buscará no mercado de derivativos as opções de venda (*Put's*) para realizar o seu *hedge*. O ideal é que essas primeiras providências sejam tomadas logo na entrada da entressafra, de modo que o produtor, no caso de optar pelo *hedge*, possa resguardar-se do risco de preço por todo o período a que fica exposto a este. Na região Centro-Sul, a cobertura do risco (seguro de preço, via mercado de opções) deverá abranger os períodos janeiro/maio e maio/outubro, para produtores de café e boi gordo, respectivamente.

### **3.3.2.3. Incorporação do *hedge* ao custo de produção**

Considerando-se que o *hedge* seja um seguro contra o risco de preço, é conveniente que o seu custo seja, pelo menos em parte, agregado ao custo final de produção da mercadoria *hedgeada*. Sendo assim, é recomendável que o produtor, ao buscar no mercado de derivativos as opções com que se proteger contra possíveis quedas de preço, dê preferência àquelas cujo preço de exercício estejam ligeiramente acima do seu custo de produção, com vistas em cobrir, ao menos em parte, o custo do seguro.

### **3.3.2.4. Respaldo técnico à decisão de *hedge***

Escolhida a série de opções que melhor atendam às necessidades/características do produtor, esse derivativo deverá ser submetido a testes, antes que seja sumarizada a decisão de adquiri-lo. No momento em que o produtor (*hedger*) seleciona a opção de venda (*put*) que lhe é mais adequada, ele passa a ter disponíveis as informações abaixo listadas, encontradas no próprio mercado bursátil, onde o derivativo está sendo negociado:

- a) preço futuro do ativo-objeto (F);
- b) preço de exercício (K);
- c) tempo a decorrer até o vencimento (T);
- d) taxa de juros livre de risco<sup>39</sup> (r); e
- e) prêmio ao qual a opção está sendo negociada (p).

### **3.3.2.5. Determinação da volatilidade histórica**

Inicialmente, deve-se proceder ao cálculo da volatilidade histórica, que, conforme descrito na seção 3.2 (Modelo analítico), pode ser obtida a partir de

---

<sup>39</sup> Em razão de os mercados futuros agropecuários serem todos cotados em pontos (equivalentes à taxa de câmbio de reais por dólares americanos), a BM&F sugere a utilização da taxa anual do cupom cambial como taxa de juros para o cálculo do preço das opções sobre futuros.

uma série de preços de fechamento do ativo objeto (contratos futuros de café ou boi gordo), extraindo-lhe o logaritmo neperiano das variações diárias e, a partir dessa informação, procedendo-se ao cálculo do desvio-padrão da amostra, que é a própria volatilidade diária. No caso de se dar preferência à volatilidade anual, basta multiplicar o desvio-padrão acima pela raiz quadrada de 252 (=15,87451) para se obter a volatilidade diária transformada em volatilidade anual<sup>40</sup>.

O número de observações para construir a série histórica deverá ser longo apenas o suficiente para evitar o comprometimento da viabilidade estatística. A maioria dos autores opta por utilizar 21 ou 22 observações, equivalentes ao número de dias úteis em um mês.

### **3.3.2.6. Indicadores estatísticos de assimetria**

Fischer Black e Myron Scholes, em seu modelo de “precificação” de opções, pressupõem que o preço de um ativo qualquer, a qualquer tempo futuro, tenha distribuição lognormal e que suas variações percentuais sejam normalmente distribuídas, de modo a permitir que as probabilidades associadas às suas mudanças possam ser mensuradas pelos modelos embasados nessa metodologia.

Enquanto uma variável com distribuição normal apresenta simetria e pode ostentar qualquer valor positivo ou negativo (Figura 16), uma variável com distribuição lognormal apresenta-se distorcida, com média, mediana e moda diferentes e só pode ter valores positivos (Figura 17).

Conquanto a curva lognormal seja adequada para descrever o comportamento dos preços dos ativos, ela apresenta um desvio para a direita, de onde se presume que as possibilidades de alta sejam maiores que as de baixa. Esses desvios vão refletir na curva de distribuição normalizada das variações percentuais dos preços, de onde se deriva a volatilidade do ativo-objeto.

---

<sup>40</sup> Segundo a padronização internacional, um ano tem 252 dias úteis (=252 pregões).

O modelo de Black & Scholes é operacionalizado sob o pressuposto que preços de mercado geram retornos normalmente distribuídos. Na ausência de normalidade da distribuição de preços do ativo, o modelo poderá atribuir probabilidade de ocorrência errada a determinado preço, cujo erro tende a ser transmitido ao retorno esperado para a opção, calculada sob a premissa de normalidade.

Para estudar as distribuições que se desviam do padrão de normalidade, foram desenvolvidos instrumentos estatísticos (SPIEGEL, 1977), como a distorção e a curtose.

### 3.3.2.6.1. Distorção

É o grau de desvio ou afastamento da simetria de uma distribuição. Se a curva de frequência tiver uma cauda mais longa à direita da ordenada máxima, a distribuição será desviada para a direita, isto é, terá assimetria positiva (Figura 20); se a cauda se alongar mais para a esquerda, então a assimetria será negativa (Figura 21).

Em uma distribuição normal (Figura 16), a média divide os elementos da população (ou amostra) em duas metades exatamente iguais. Isto significa que quaisquer números equidistantes dela têm a mesma probabilidade de ocorrência. Por exemplo, se a média de uma distribuição for 5, a probabilidade de ocorrer o número 7 será exatamente igual à probabilidade de ocorrer o número 3, que se encontra a igual distância da média. Em distribuições não-simétricas, a moda tende a situar-se do mesmo lado da cauda mais longa, e essa anomalia pode ser medida pelo grau de distorção ou pelo coeficiente de assimetria, dado pela fórmula:

$$\text{Dist} = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \sum_{i=1}^n \left( \frac{X_i - \bar{X}}{s} \right)^3, \quad (37)$$

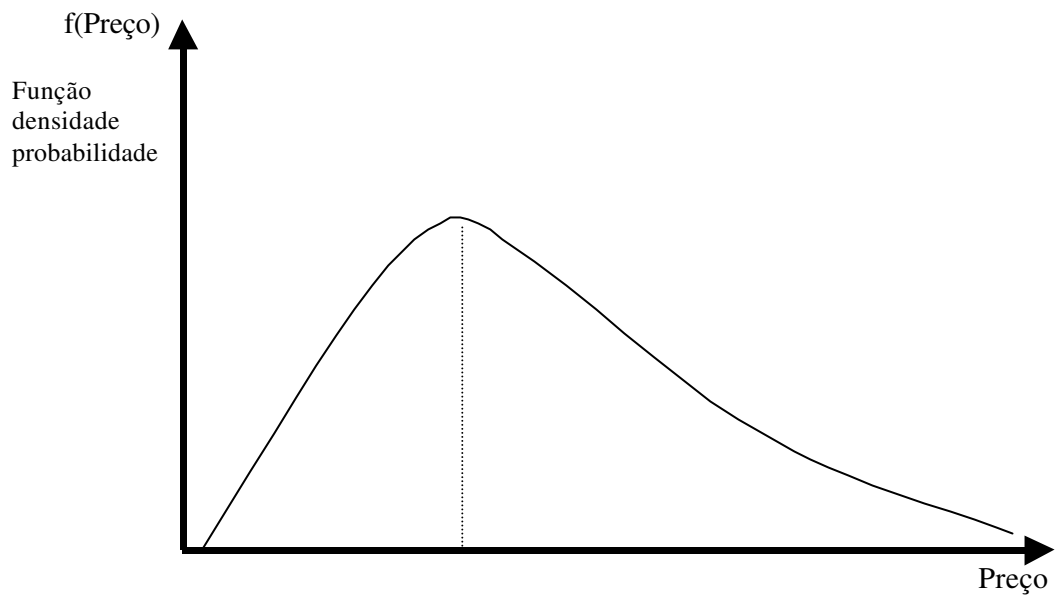


Figura 20 - Representação gráfica de uma distribuição de preços com assimetria positiva (coeficiente de distorção  $> 0$ ).



Figura 21 - Representação gráfica de uma distribuição de preços com assimetria negativa (coeficiente de distorção  $< 0$ ).

em que  $n$  = número de observações da amostra;  $X_i$  = elemento  $i$  da amostra;  $\bar{X}$  = média da amostra; e  $s$  = desvio-padrão da amostra.

O coeficiente de assimetria é o resultado da comparação da distribuição de freqüências dos dados informados com a distribuição normal. O resultado da distorção deve ser interpretado da seguinte forma:

- Se o resultado for zero, a distribuição de freqüência será simétrica;
- Se o resultado for negativo, a distribuição de freqüência será inclinada para a esquerda; e
- Se o resultado for positivo, a distribuição de freqüência será inclinada para a direita.

### 3.3.2.6.2. Curtose

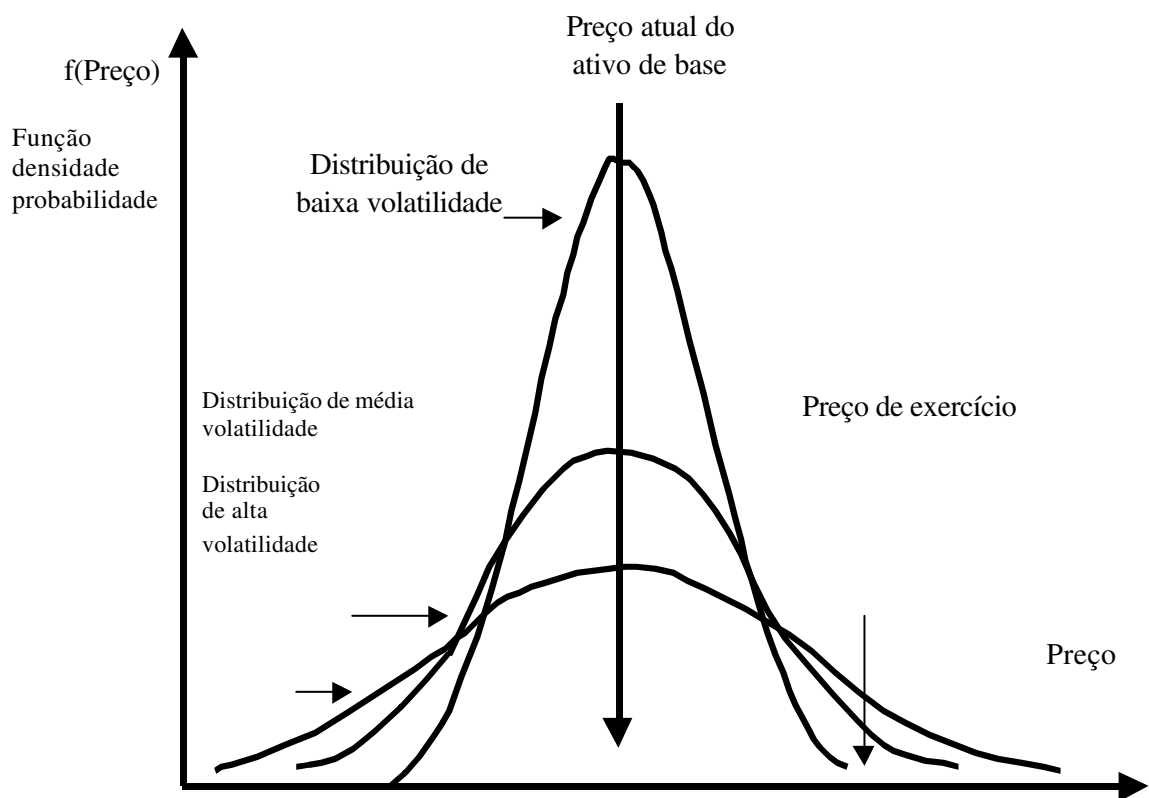
Definida como o grau de achatamento ou alongamento da curva de uma distribuição em relação à distribuição normal. Uma distribuição com pico elevado é denominada leptocúrtica, enquanto uma que tem o topo achatado é platicúrtica. A distribuição normal, que não é pontiaguda nem muito achatada, é mesocúrtica (Figura 22).

O coeficiente de curtose pode ser obtido pela seguinte fórmula:

$$\text{Curt.} = \left\{ \frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)} \sum_{i=1}^n \left( \frac{X_i - \bar{X}}{s} \right)^4 \right\} - \frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)}, \quad (38)$$

em que os elementos  $n$ ,  $X_i$ ,  $\bar{X}$  e  $s$  têm a mesma definição adotada em (37).

Mediante o cálculo da curtose, pode-se ter uma noção sobre a concentração dos números em torno da média. Se duas distribuições de freqüência tiverem a mesma dispersão e inclinação (assimetria), isto não implica que devam ter a mesma forma, característica denominada de *curtose*. O coeficiente de curtose é o resultado da comparação da distribuição de freqüência



Fonte: NATENBERG (1994).

Figura 22 - Curvas normais de baixa, média e alta volatilidade. São curvas leptocúrtica, mesocúrtica e platicúrtica, respectivamente.

da série de dados informada com a distribuição normal, cujo resultado deve ser assim interpretado:

- Se o resultado for zero, então a distribuição de frequência será a própria distribuição normal:
- Se o resultado for negativo, então a distribuição será achatada ou platicúrtica; e
- Se o resultado for positivo, a distribuição de frequência será concentrada ao redor da média, distribuição com pico ou leptocúrtica.

Sabendo-se que no modelo Black & Scholes trabalha-se com a hipótese de ativos com retornos normalmente distribuídos, espera-se que esse modelo superestime o valor das opções, cuja distribuição de probabilidades do preço do ativo-objeto apresente curtose positiva e que, inversamente, subestime aquelas em que a referida distribuição apresente curtose negativa. Ao se utilizar o modelo de Black & Scholes para o cálculo de uma *put* sobre futuros, pode-se inferir que esta tenderá a ser supervalorizada ou subvalorizada, caso a distribuição apresente curtose positiva ou negativa, respectivamente<sup>41</sup>.

### 3.3.2.6.3. Prêmio teórico

Estimada a volatilidade histórica e calculadas as possíveis distorções da distribuição, dispõe-se, então, de todos os parâmetros necessários para o cálculo do *prêmio justo* de uma opção de venda sobre futuros (*put* sobre futuros) do tipo europeu, obtidos pela substituição dos dados disponíveis na fórmula:

$$p = Ke^{-rT}N(-d_2) - Fe^{-rT}N(-d_1), \quad (39)$$

em que  $F$  = preço futuro do ativo-objeto e as demais variáveis utilizadas tomam as definições usuais (seção 3.1).

---

<sup>41</sup> Ver capítulo 16, de HULL (1996).



### 3.3.2.6.4. Prêmio de mercado *versus* volatilidade implícita

Obtido o preço da *put* mediante aplicação direta da fórmula (39), este deve ser comparado com o preço de negociação vigente no mercado. Caso haja coincidência (o que raramente acontece), tem-se, então, certeza de que a volatilidade histórica previamente calculada coincide com a volatilidade presente do ativo, com a qual o mercado está trabalhando. Na hipótese de ser o preço teórico, obtido conforme definido anteriormente, diferente daquele que está sendo praticado no mercado, isto decorre do fato de que a volatilidade implícita, com a qual o mercado está trabalhando, difere da volatilidade histórica. Se o preço teórico encontrado para a *put*, mediante aplicação da fórmula (39), for maior que o preço de mercado, isto significa que a volatilidade implícita será maior que a histórica. Se o preço da *put* for menor que o preço de mercado, então a volatilidade implícita será menor que a volatilidade histórica. Em qualquer dos casos, há que se calcular a volatilidade implícita.

A volatilidade implícita pode ser obtida pelo emprego do algoritmo de Newton Raphson, que consiste em se usar a fórmula do vega ou kappa (fator de sensibilidade que mede a variação percentual do prêmio para 1% de variação na volatilidade anual), conforme se descreve a seguir (NATENBERG, 1994).

Trata-se de um processo iterativo de tentativa e erro que consiste na aplicação da volatilidade histórica à fórmula do vega. Calcula-se o vega e repete-se o processo com a nova volatilidade, até que seja encontrada a volatilidade implícita, isto é, aquela em que, quando aplicada ao modelo de precificação de opções, o prêmio encontrado irá coincidir com o que está sendo praticado pelo mercado. A fórmula é:

$$\text{Vol. implícita} = \sigma_{i+(1,2,\dots,n)} = \sigma_i - \frac{Y_i - p}{\Lambda_i}, \quad (40)$$

em que  $\sigma_{i+(1,2,\dots,n)}$  = volatilidade implícita procurada;  $Y_i$  = valor teórico da opção para a volatilidade  $\sigma_i$ ;  $\Lambda_i$  = vega da opção para o valor teórico  $Y_i$ ; e  $p$  = valor do prêmio de mercado.

O processo pode ser repetido quantas vezes forem necessárias para se obter a volatilidade implícita; em geral, três a quatro tentativas são suficientes, conforme se demonstra a seguir.

Partindo-se de uma situação real, em que o contrato futuro de café arábica cambial (CFC), vencimento maio/99, estava cotado a US\$ 119,60<sup>42</sup> por saca de 60 kg e a *put* AB81, de preço de exercício de US\$ 120,00, estava sendo negociada a US\$ 6,14, a 36 pregões do vencimento (5 de abril), com base em 21 retornos do ativo-objeto calculou-se a volatilidade histórica, conforme Tabela 5.

Esta é uma metodologia derivada da formulação de Black & Scholes, a qual se baseia na premissa de que a distribuição probabilística dos preços do ativo-objeto, em data futura, seja lognormal; conseqüentemente, a distribuição probabilística das taxas de retorno calculadas de forma contínua e composta entre duas datas é normal. A partir de uma série de preços de ajuste observada para o ativo-objeto, pode-se derivar a série de retornos diários,  $\ln(P_i/P_{i-1})$ , em que  $P_i$  e  $P_{i-1}$  são, respectivamente, os preços de ajustamento de dois dias seguidos de negócios. O uso de retornos com base em preços de ajuste permite a inclusão de todas as informações que afetam os preços do ativo.

Para esta demonstração, utilizou-se uma série de 22 preços do ativo-objeto (contrato futuro de café arábica, com vencimento em maio/99) e 21 retornos. A substituição adequada dos dados disponíveis à fórmula acima permite o cálculo da volatilidade histórica do ativo-objeto, conforme a seguir:

$$\sigma = \left\{ \frac{0,005343}{20} \right\}^{\frac{1}{2}} \Rightarrow \sigma(\text{dia}) = 0,0163.$$

De acordo com COX e RUBINSTEIN (1985), admitindo-se a existência de 252 dias úteis por ano, o desvio anual equivalente é dado por:

---

<sup>42</sup> Em face à proibição de cotar ativos nacionais em moeda estrangeira, o café futuro cambial, na BM&F, é cotado em pontos por saca de 60 kg, com duas casas decimais, sendo cada ponto equivalente à taxa de câmbio média de reais por dólar dos Estados Unidos.

Tabela 5 - Cálculo da volatilidade histórica com base em 21 retornos de ativo-objeto

Dia	Preço (P <sub>i</sub> )	Preço relativo (P <sub>i</sub> /P <sub>i-1</sub> )	Ln do preço relativo X <sub>i</sub>	x <sub>i</sub> <sup>2</sup>	x <sub>i</sub> - $\left(\frac{\sum x_i}{n}\right)$ Desvios (x <sub>i</sub> -média) (6)	$\left[x_i - \left(\frac{\sum x_i}{n}\right)\right]^2$ Desvios ao quadrado (7)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
07 jan.	138,8					
08 jan.	139,7	1,006484	0,006463	4,1773E-05	0,013295	0,000177
11 jan.	140,7	1,007158	0,007133	5,0875E-05	0,013964	0,000195
12 jan.	139,9	0,994314	-0,005702	3,2514E-05	0,001129	1,27555E-06
13 jan.	138,9	0,992852	-0,007174	5,1461E-05	-0,000342	1,17066E-07
14 jan.	138,75	0,998920	-0,001080	1,1675E-06	0,005751	3,30738E-05
15 jan.	138,5	0,998198	-0,001803	3,2523E-06	0,005028	2,52813E-05
18 jan.	136,25	0,983754	-0,016379	0,000268	-0,009547	9,1153E-05
19 jan.	129,8	0,952661	-0,048497	0,002352	-0,041665	0,001736
20 jan.	126	0,970724	-0,029713	0,000883	-0,022881	0,000524
21 jan.	125,9	0,999206	-0,000794	6,3038E-07	0,006037	3,64516E-05
22 jan.	122,9	0,976172	-0,024117	0,000582	-0,017285	0,000299
26 jan.	122,8	0,999186	-0,000814	6,626E-07	0,006017	3,62101E-05
27 jan.	123,5	1,005700	0,005684	3,2309E-05	0,012516	0,000157
28 jan.	120,25	0,973684	-0,026668	0,000711	-0,019837	0,000395
29 jan.	119,5	0,993763	-0,006256	3,9144E-05	0,000575	3,30562E-07
01 fev.	119	0,995816	-0,004193	1,758E-05	0,002639	6,96223E-06
02 fev.	122,65	1,030672	0,030211	0,000913	0,037043	0,001372
03 fev.	123	1,002854	0,002850	8,1201E-06	0,009681	9,37231E-05
04 fev.	121,5	0,987805	-0,012270	0,000151	-0,005439	2,95785E-05
05 fev.	119,9	0,986831	-0,013256	0,000176	-0,006425	4,1277E-05
	120,25	1,002919	0,002915	8,4963E-06	0,009746	9,49909E-05
Somatórios	-0,143461	0,006323	0	0,005343		

Fonte: BM&F (1998). Cálculos elaborados pelo autor.

**Cálculo da média:**  $u_i = \frac{-0,14346}{21} \Rightarrow u_i = -0,00683$  .

Uma estimativa do desvio-padrão dos valores de X<sub>i</sub> é dada pela seguinte fórmula:

$$(\sigma) = \left\{ \frac{\sum \left[ X_i - \left( \frac{\sum X_i}{n} \right) \right]^2}{n - 1} \right\}^{1/2}$$

$$\begin{aligned} \text{Vol. anual} &= \sigma (\text{dia}) \times (252)^{1/2} \\ &= 0,0163(252)^{1/2} \Rightarrow \text{volatilidade anual} = 0,2594 \text{ ou } 25,94\% \text{ a.a.} \end{aligned}$$

Agora, para o cálculo do preço justo da *put* AB81 pelo contrato de café futuro cambial (CFC/maio), segundo a metodologia Black & Scholes, dispõe-se das seguintes variáveis:

$$\begin{aligned} F &= 119,60 \\ K &= 120,00 \\ T^{43} &= 36 \text{ dias} = 0,143 \\ \sigma_{\text{anual}} &= 0,2594 \\ r &= 0,10^{44} \end{aligned}$$

Pela aplicação da fórmula 32, obtém-se o preço teórico da *put*, conforme segue:

$$\begin{aligned} p &= 120,00e^{-0,10(0,143)} N(-d_2) - 119,60e^{-0,10(0,143)} N(-d_1) \\ &= e^{-0,0143}(120,00 \times 0,5330 - 119,60 \times 0,4939) \Rightarrow p = 4,82 \end{aligned}$$

Como se observa, o preço teórico encontrado para a *put* é mais baixo que o realmente negociado no mercado. Logo, espera-se encontrar uma volatilidade implícita maior que 25,94% ao ano.

Aplicando-se a fórmula do vega com a volatilidade de 25,94% ao ano, tem-se

$$\begin{aligned} \text{Vega} &= \left( F\sqrt{T} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{d_1^2}{2}\right)} \right) e^{-rT} \\ &= \left( 119,60\sqrt{0,143} \cdot \frac{1}{\sqrt{6,28}} e^{-\left(\frac{0,0153}{2}\right)} \right) e^{-0,10 \times 0,143} \Rightarrow \text{Vega} = 17,77 \end{aligned}$$

---

<sup>43</sup> Tempo em anos = quantidade de dias úteis para o vencimento = quantidade de dias úteis divididos por 252.

<sup>44</sup> Veja nota n.º 38.

A partir do vega obtido, aplica-se a fórmula ao processo iterativo, em que

$$\begin{aligned}\text{Vol. implícita} &\Rightarrow \sigma_{i+1} = \sigma_i - \sigma_i \frac{Y_i - p}{\Lambda} \\ &= 0,25946 - \frac{4,82 - 6,14}{17,78} \Rightarrow \text{Vol. implícita} = 0,3337\end{aligned}$$

Calculando-se a *put* com a nova volatilidade encontrada (33,37% a.a.), obtém-se um prêmio de \$ 6,1393, valor já bastante próximo daquele praticado pelo mercado. Repete-se, então, o processo. O novo vega com a volatilidade de 0,3337 será, por sua fórmula, de 17,77. Aplicando-se, novamente, a fórmula para o processo iterativo, tem-se

$$\text{Vol. implícita} \Rightarrow \sigma_{i+2} = 0,3337 - \frac{6,1393 - 6,14}{17,77} \Rightarrow \text{vol. implícita} = 0,3338.$$

Aplicando-se a nova volatilidade (0,3338) ao modelo de “precificação” de opções, tem-se um prêmio de \$ 6,1400, valor exatamente igual àquele praticado pelo mercado.

### 3.3.2.6.5. Cálculo dos indicadores de sensibilidade

Tendo-se calculado a volatilidade implícita e os indicadores de assimetria, passa-se ao cálculo dos indicadores de sensibilidade, conforme a seguir.

#### *Delta*

Mede a variação percentual que se revela no preço da opção, dada uma mudança no preço do ativo-objeto. Matematicamente, o delta é a primeira derivada do preço da opção, com respeito à variação no preço do ativo-objeto. O delta de uma opção europeia sobre futuros é definido como a taxa de mudança no preço da opção com relação ao preço futuro.

Para a opção de venda sobre futuros, a fórmula é representada por

$$\Delta = e^{-rT} [N(d_1) - 1] \quad (41)$$

em que  $e$  = base do logaritmo neperiano;  $r$  = taxa de juros livre de risco;  $T$  = tempo a decorrer até o vencimento da *put*; e  $N(d_1)$  = função de probabilidade acumulada de uma variável normal padronizada,  $\Phi(0,1)$ .

O delta da *put* é, por definição, negativo para as posições compradas, o que reflete o fato de que uma alta no valor do objeto causará queda no valor da posição. Pelo mesmo motivo, posições compradas em *call* terão deltas positivos, enquanto posições vendidas em *put* terão sinal positivo e em *call* terão sinal negativo (SILVA NETO, 1996:261).

### *Gama*

Mede a variação do delta da opção relativamente a uma variação no preço do ativo-objeto. Quantitativamente, é a segunda derivada do preço da opção com respeito ao preço do ativo-objeto  $\left( \gamma = \frac{\partial^2 c}{\partial^2 S} \right)$ . Para uma opção européia de venda (*put*) ou de compra (*call*) por contratos futuros, sua fórmula é dada por

$$\gamma = \frac{N'(d_1)e^{-rT}}{F\sigma\sqrt{T}}, \quad (42)$$

em que  $N'(d_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{d_1^2}{2}\right)}$ ;  $d_1$  e demais variáveis já foram definidas na seção

3.1.

### *Vega ou kappa*

Mede a sensibilidade do prêmio em relação à variação da volatilidade. É a variação percentual do prêmio para 1% de variação na volatilidade anual. O prêmio da opção varia na mesma direção da volatilidade do preço do ativo-objeto. O vega é sempre positivo, significando que qualquer crescimento na volatilidade do ativo-objeto implicará aumento no valor da opção. Segundo EID JÚNIOR (1995), isto explica uma constatação empírica sobre o comportamento

dos investidores no mercado de opções: compradores de opções, sejam de compra ou de venda, esperam aumento na volatilidade, enquanto vendedores de opções esperam estabilidade na volatilidade. Para uma opção de venda européia por contratos futuros, a fórmula do vega é:

$$\Lambda = F \sqrt{T} N'(d_1) e^{-rT} \quad (43)$$

*Teta*

Mede a variação do prêmio da opção em relação à passagem do tempo, isto é, em quanto varia, percentualmente, o prêmio para cada dia de redução no prazo para o vencimento. Pode, também, ser definido como a derivada primeira do prêmio, com respeito ao tempo. A fórmula para uma *put* por futuros é:

$$\Theta = -\frac{FN'(d_1)\sigma e^{-rT}}{2\sqrt{T}} - rFN(-d_1)e^{-rT} + rXe^{-rT}N(-d_2). \quad (44)$$

*Rô*

Mede a variação no preço da opção em relação à taxa de juros. É a derivada primeira do prêmio, com respeito à taxa de juros. Para uma *put* européia por futuros, a fórmula é descrita por

$$\rho = -Te^{-rT}FN(-d_2). \quad (45)$$

Na Tabela 6 encontram-se reunidas as fórmulas dos indicadores de assimetria da distribuição de preços e de sensibilidade para as opções de venda por contratos futuros, conforme configuradas nesta seção.

### 3.4. Fonte de dados

Para efetivar as análises quantitativas, obtiveram-se informações da BM&F (banco de dados, boletins diários, síntese de dados, revista Resenha e outros documentos); das corretoras de commodities e de capitais; da Gazeta

Tabela 6 - Fórmulas dos indicadores de assimetria da distribuição de preços e de sensibilidade para opções de venda por contratos futuros

Indicador	Fórmula
Distorção	$\text{Dist} = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \sum \left( \frac{X_i - \mu}{s} \right)^3$
Curtose	$\text{Curt} = \left\{ \frac{n(n+1)}{(n-1)(n-2)(n-3)} \sum \left( \frac{X_i - \mu}{s} \right)^4 \right\} - \frac{3(n-1)^2}{(n-2)(n-3)}$
Delta	$\Delta = e^{-rT} [N(d_1) - 1]$
Gama	$\Gamma = \frac{N'(d_1) e^{-rT}}{F \sigma \sqrt{T}}$
Vega ou kappa	$\Lambda = F \sqrt{T} N'(d_1) e^{-rT}$
Teta	$\Theta = -\frac{FN'(d_1) \sigma e^{-rT}}{2\sqrt{T}} - rFN(-d_1) e^{-rT} + rXe^{-rT} N(-d_2)$
Rô	$\rho = Te^{-rT} FN(-d_1)$

Mercantil; da Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz (ESALQ); da Fundação Getúlio Vargas; da FIPE e de outras. Com relação aos preços a vista para café e boi gordo, utilizaram-se aqueles recebidos pelos agropecuaristas do Estado de São Paulo e publicados pela Secretaria de Agricultura daquele Estado, bem como pela ESALQ, pelo Censo Agropecuário e pelo Conselho Nacional de Pecuária de Corte.



## **4. RESULTADOS E DISCUSSÃO**

### **4.1. O modelo na prática**

O teste de consistência do modelo foi levado a efeito a partir de dados coletados na BM&F, cujos indicadores (veja cálculos no Apêndice E) foram reunidos na Tabela 7, seguindo-se a realização de simulações em dois cenários distintos.

### **4.2. Análise**

Os indicadores selecionados (Tabela 7) constituem elementos que fornecerão o respaldo técnico à iniciativa do produtor de decidir *hedgear* seu produto pela compra de opções de venda (*put*).

#### **4.2.1. Distorção**

A série de preços recentes do ativo-objeto, utilizada no cálculo da volatilidade histórica, apresenta assimetria negativa da ordem de -0,4823, o que indica ligeira inclinação, para a esquerda, da distribuição de frequências,

Tabela 7 - Indicadores estatísticos e mercadológicos da opção de vendas AB81 sobre futuros de café

Indicadores	Quantificação
Distorção dos retornos do ativo-objeto	-4,823
Curtose dos retornos do ativo-objeto	1,7362
Delta	-0,4785
Gama	0,0261
Vega	17,7708
Teta	-20,1490
Rô	8,1756

Fonte: Dados da pesquisa.

revelando que, em passado recente, obteve-se maior número de retornos à esquerda da média, isto é, maior quantidade de retornos negativos, característicos de uma fase baixista do ativo-objeto. A performance deste indicador, por si só, sugere que o produtor deverá adquirir opções de venda, como forma de precaver-se contra o risco de queda no preço do seu produto.

#### 4.2.2. Curtose

O coeficiente de curtose encontrado, da ordem de 1,7362, indica que a distribuição recente dos retornos do ativo-objeto teve seus valores concentrados ao redor da média, admitindo características de uma distribuição com pico (leptocúrtica). Este indício sugere que a volatilidade do ativo-objeto esteve baixa, não obstante a tendência de queda observada nos preços, confirmada pelo coeficiente negativo de distorção (-0,4823). Sabe-se, por outro lado, que a volatilidade é fator determinante do preço de uma opção, pois seu aumento (diminuição) irá aumentar (diminuir) a possibilidade de exercício. Portanto, uma curva de distribuição de frequência com curtose positiva indica a existência de

pouca chance de que a opção venha a ser exercida, o que equivale a desaconselhar o produtor a realizar o *hedge* via opções de venda.

$\bar{X}$  = média da amostra,

s = desvio-padrão da amostra.

### 4.2.3. Delta

Um delta de -0,4785 para uma *put* por futuros significa que, quando o preço futuro do ativo-objeto aumenta (diminui) em determinado valor, o preço da opção diminui (aumenta) em 47,85% desse mesmo valor. A variação do delta com a volatilidade é direta, isto é, à medida que a volatilidade aumenta, todas as opções por compra e por venda passam a ter maior probabilidade de exercício. Além disso, o delta expressa, também, a probabilidade de determinada opção terminar no dinheiro ou dentro dele, no vencimento. Assim, um delta de -47,85% implica que a *put* em questão tenha, aproximadamente, 48% de chance de terminar no dinheiro ou dentro dele. Para o comprador desse derivativo só interessa se o seu vencimento terminar dentro do dinheiro e, como há maior probabilidade de que a opção vença sem valor, isto motivaria o desaconselhamento de aquisição desse derivativo por parte do produtor, como seguro contra risco de queda no preço futuro do ativo-objeto.

### 4.2.4. Gama

Um gama de 0,0261 significa que, se o preço futuro do ativo-objeto aumentar (diminuir) em determinada quantia, o delta aumentará (diminuirá) 0,0261 vezes essa quantia. Com um gama da magnitude de 0,0261, são pequenas as mudanças que poderão ocorrer no delta, o que implica permanecer baixa a probabilidade de exercício da opção. Portanto, tomando-se por base esta variável, seria tecnicamente desaconselhável recomendar que o produtor fizesse o *hedging* via opções de venda.

#### **4.2.5. Vega**

Um vega de 17,7708 implica que, quando a volatilidade (na forma decimal) aumenta em determinado *quantum*, o valor da opção aumenta, aproximadamente, 17,78 vezes essa mesma quantidade.

Do ponto de vista do comprador de uma *put*, um vega elevado pode ser visto como um indicador de maior probabilidade de exercício da opção, quando são esperados aumentos na volatilidade. No caso do exemplo em análise, em que a distribuição de frequência dos retornos do ativo-objeto sugere uma volatilidade estável, o vega, independentemente de sua magnitude como indicador de risco, é completamente neutro, sob a ótica de uma volatilidade futura estável.

#### **4.2.6. Teta**

Um teta de -20,1490 implica que, se  $\Delta t$  anos passarem sem que haja variação no preço do ativo-objeto ou em sua volatilidade, o valor da opção declinará, aproximadamente, 20,15 vezes  $\Delta t$ , isto é, transcorrido curto período de tempo (em anos), o valor da opção reduzir-se-á em 20,15 vezes esse período. Portanto, no exemplo em estudo, o teta de -20,1490 é muito alto, o que implica rápida perda de valor da opção, à medida que o tempo passa. Este indicador, por sua magnitude elevada, sinaliza, desfavoravelmente, para a aquisição de *puts* nas circunstâncias sob análise.

#### **4.2.7. Rô**

Um rô de 8,1756 implica que, quando a taxa de juros (na forma decimal) aumenta em determinada quantia, o valor da opção aumentará, aproximadamente, 8,18 vezes essa mesma quantia. Portanto, pela ótica do rô, seria recomendável que o produtor adquirisse as opções de venda como medida de segurança contra o risco de queda de preço do seu produto, desde que a

perspectiva seja de alta na taxa de juros. Caso a perspectiva seja de queda na taxa de juros, seria desaconselhável a aquisição das opções de venda (*puts*).

Da análise dos indicadores surgem algumas controvérsias, isto é, enquanto alguns deles sugerem que se decida, favoravelmente, pelo *hedging* com opções de venda, outros se opõem a tal decisão. Para o caso em consideração, as indicações e contra-indicações estão na Tabela 8.

Tabela 8 - Indicadores de decisão de *hedge* sobre futuros agropecuários, via aquisição de opções de venda

Indicadores de decisão de <i>hedge</i>					
Favoráveis		Desfavoráveis		Neutros	
Indicador	Coef.	Indicador	Coef.	Indicador	Coef.
Distorção negativa	-0,4823	Curtose positiva	1,7362	Vega**	17,7708
Rô*	8,1756	Delta	-0,4785		
		Gama	0,0261		
		Teta	-20,1490		

Fonte: Dados da pesquisa.

\* Admitindo-se que haja perspectiva de elevação da taxa de juros.

\*\* Sob a ótica de uma volatilidade futura estável.

Após essas constatações, como, então, decidir se deve, ou não, fazer o *hedge*? Em caso positivo, quanto da produção deverá ser *hedgeada*?

Essas são questões muito difíceis de serem respondidas, visto que não há respostas únicas e acabadas. Para decidir, alternativamente, por fazer ou não o *hedge*, o produtor deverá estudar o assunto com muita cautela, definir o nível de risco que pretende assumir e avaliar as vantagens e desvantagens da operação.

A análise de decisão sobre a realização do *hedge* sempre será, parcialmente, subjetiva. Embora os indicadores técnicos forneçam pistas do tipo:

a) "a série histórica sugere que a volatilidade irá aumentar (ou permanecer estável, etc.)", b) "a taxa de juros tende a subir (baixar ou estabilizar-se)", dentre outras, a decisão sobre contratar ou não uma proteção é muito próxima da decisão sobre especular ou não. Ambas alteram a característica do risco que se pretende assumir.

Diante das informações técnicas reveladas pelos indicadores, conforme acima exemplificado, é possível tomar-se uma decisão consciente sobre 1) realizar o *hedge* total da produção; 2) realizá-lo apenas em parte; ou 3) simplesmente não realizá-lo. No caso em análise, apenas os indicadores distorção e *rô* fornecem pistas *pró-hedge*. Mas, caso se considere que a volatilidade implícita apresenta-se bem superior à volatilidade histórica e que a curtose seja positiva, isto sugere menor probabilidade de retornos futuros negativos para o ativo-objeto e, portanto, menores chances de exercício da *put*. O *rô*, por sua vez, depende da expectativa que se tem do nível da taxa de juros. Por outro lado, a neutralidade do *vega* está condicionada por uma expectativa de volatilidade futura estável, baseada na série histórica. Como a volatilidade implícita apresenta-se superior à histórica, é razoável supor que a volatilidade futura esteja em ascensão e, neste caso, um *vega* de valor elevado (17,77) seria um indicador favorável à realização do *hedge*, visto que ele aumentaria as chances de exercício da *put*, na presença de uma volatilidade crescente.

Além das informações puramente técnicas, devem-se também considerar outras de naturezas diversas, como, por exemplo, a ocorrência, em áreas produtoras da *commodity*, de problemas climatológicos, instabilidades econômica e política, etc., cujos eventos alteram as probabilidades de ganhos e perdas futuras. O produtor deverá estar atento a tudo isto, buscando notícias, indicadores técnicos, fórmulas matemáticas e alguém com conhecimentos que possa lhe dizer algo sobre o possível comportamento futuro dos preços e, assim, manter atualizadas suas probabilidades futuras de ganhos e perdas com a comercialização da sua *commodity*.

Neste estudo, os indicadores selecionados, não obstante algumas discordâncias, sugerem que o *hedge* total seria desnecessário, isto é, existem

fortes evidências técnicas que levam à crença de ser baixa a probabilidade de o preço do ativo-objeto (café) situar-se, no vencimento da *put*, em um nível aquém do preço de exercício. Dito de outra forma, é grande a chance de que essa opção de venda vença sem valor algum. Portanto, nesse caso, somente um indivíduo com grau muito elevado de aversão ao risco seria levado a *hedgear* toda produção ou a maior parte dela. Pode-se dizer que o produtor se encontra diante de uma condição favorável à especulação, ou seja, para dispor-se a manter o produto com risco a descoberto e especular seu preço futuro, com o intuito de tirar proveito da situação, caso as tendências de alta venham a se confirmar. Nessas circunstâncias, a opção de contratar uma proteção, ou não, é muito próxima daquela de especular ou não; tudo irá depender do nível de informações disponíveis e do grau de aversão ao risco por parte do tomador da decisão.

Para finalizar essa digressão sobre os riscos que envolvem a realização de um *hedge*, convém enfatizar que o prêmio a ser pago por uma opção de venda, no caso do produtor, deve ser encarado como parte do custo de produção, ou como custo de seguro para essa produção, admitindo-se que o *hedge* seja um instrumento necessário ao gerenciamento do risco proveniente da oscilação do preço. Em última análise, a decisão de *hedge* é uma decisão sobre quanto da produção deverá ser protegida e quanto dela deverá ser usada para especular. Daí porque a decisão de *hedgear* é tão delicada quanto a de especular, e ambas têm que ser tratadas com o mesmo grau de seriedade. Os prós e os contras devem ser analisados objetivamente, tendo-se em mente que a especulação é algo inerente a toda atividade econômica.

Observa-se, ainda, que conquanto o modelo, objeto deste trabalho, tenha sua aplicação explicitamente direcionada aos mercados de café e boi gordo, os testes de consistência foram levados a efeito apenas com dados sobre opções referentes à *commodity* café. Este procedimento foi adotado para evitar alongamentos desnecessários e cansativos acerca das análises, partindo-se do princípio que a mecânica de operacionalização seja idêntica para as duas *commodities*, bem como para quaisquer outras que tenham opções sobre futuros comercializadas em Bolsas de Mercadorias. Vale dizer, pois, que o Modelo de

Decisão pode ser aplicado tanto para avaliar a oportunidade de realização do *hedging*, por produtores de café e boi gordo, como para produtores de outras *commodities* que estejam presentes no Mercado de Opções sobre Futuros.

### 4.3. Simulações

Nas subseções seguintes são feitas reavaliações sobre a decisão de *hedge*, levada a efeito na seção 4.2, com dados reais. Desta vez, são simuladas duas novas situações (Tabela 9); na primeira, a volatilidade histórica se situa no patamar de 38,10, com tendência de elevação (cenário 1) e, na outra, a volatilidade histórica encontra-se num patamar de 22,52%, com tendência de queda. Em ambas as simulações utilizou-se a tabela dinâmica criada em Excel, para operacionalização imediata do modelo de decisão (veja Apêndices F e G).

#### 4.3.1. Cenário 1

Os indicadores estatísticos, obtidos a partir da série de preços/retornos utilizados neste cenário, apresentaram os seguintes valores: distorção igual a -0,126083 e curtose igual a -0,370917. O coeficiente negativo de distorção, característico de uma distribuição com assimetria à esquerda, revela obtenção recente de maior número de retornos situados à esquerda da média que caracteriza uma fase baixista do ativo-objeto. Isto sugere que são maiores as chances de que o ativo-objeto venha, em futuro próximo, sofrer baixas que viabilizem o exercício da opção de venda ao preço preestabelecido. Implica, pois, que o *hedge* seja recomendável, em tal conjuntura. Com relação ao coeficiente de curtose, seu valor negativo, característico de uma distribuição platicúrtica, revela que a volatilidade do ativo-objeto tem permanecido instável, com valores dispersos em relação à média, o que é um indício de alta probabilidade de exercício da opção e, portanto, causa de aconselhamento do *hedge*.



Tabela 9 - Preços do ativo-objeto e respectivos indicadores em diferentes cenários

Cenário 1		Cenário 2	
Preços do ativo de base	Indicadores	Preços do ativo de base	Indicadores
141,37 143,13	Vol. histórica anual ..... 38,10%	138,80 138,00	Vol. histórica anual ..... 22,52%
142,05 140,40	Curtose ..... -0,370917	140,70 138,10	Curtose ..... 0,558165
137,31 138,34	Distorção ..... -0,126083	137,20 137,48	Distorção ..... 0,396778
141,19 139,17	Preço teórico da <i>put</i> ..... 6,98	136,94 137,50	Preço teórico da <i>put</i> ..... 4,21
135,79 130,46	Preço de mercado da <i>put</i> .... 9,02	133,59 132,33	Preço de mercado da <i>put</i> .... 2,90
123,88 126,32	Vol. implícita anual .. 49,6091%	128,27 125,40	Vol. implícita anual ..... 15,15%
123,16 124,87	Delta ..... -0,463068	124,80 123,50	Delta ..... -0,504569
122,47 120,50	Gama ..... 0,017491	122,36 122,47	Gama ..... 0,0574
118,35 118,14	Vega ..... 17,731509	121,00 120,65	Vega ..... 17,7749
122,33 118,14	Teta ..... -29,885546	122,34 121,50	Teta ..... -9,13763
122,96 119,45	Rô ..... 7,911856	120,20 123,42	Rô ..... 8,620929

Fonte: Dados da pesquisa.

Quanto aos demais indicadores, tem-se

- Delta igual a  $-0,463068$  implica que, quando o preço futuro do ativo-objeto aumentar (diminuir) em determinado valor, o preço da opção diminuirá (aumentará)  $46,31\%$  desse mesmo valor. A variação do delta relaciona-se, diretamente, com a volatilidade, isto é, à medida que esta aumenta, todas as opções (de compra e de venda) passam a ter maior probabilidade de exercício. Além disso, em se tratando de uma distribuição platicúrtica que corresponde a uma volatilidade instável, as chances de exercício da opção tornam-se bem mais elevadas, o que indica ser prudente o aconselhamento técnico da aquisição do derivativo, como seguro contra o risco de preços baixos.
- Gama igual a  $0,017491$  significa que, se o preço futuro do ativo-objeto aumentar (diminuir) em determinada quantia, o delta aumentará (diminuirá)  $0,017612$  vezes essa quantia. Conquanto sejam muito pequenas as mudanças que poderão ocorrer no delta, como a tendência predominante é de redução no preço do ativo de base, o gama tende a reforçar o delta, que, por sua vez, aumenta a probabilidade de exercício da *put*. Por tudo isso, seria tecnicamente aconselhável recomendar que o produtor fizesse o *hedging* via opções de venda.
- Vega igual a  $17,731509$  implica que, quando a volatilidade (na forma decimal) aumenta em determinado *quantum*, o valor da opção aumenta, aproximadamente,  $17,73$  vezes esse *quantum*. Para o comprador de uma *put*, um vega elevado pode ser visto como um indicador de maior probabilidade de exercício da opção, quando são esperados aumentos na volatilidade. Portanto, em se tratando de uma distribuição de frequência com coeficiente negativo de curtose que sugere uma volatilidade instável, o vega constitui forte indicador de que é necessária proteção contra o risco de preço via aquisição de opções de venda.
- Teta igual a  $-29,885546$  significa que, se  $\Delta t$  anos se passarem sem que haja variação no preço do ativo-objeto ou em sua volatilidade, o valor da opção declinará, aproximadamente,  $29,89$  vezes  $\Delta t$ , isto é, transcorrido um curto período de tempo (em anos), o valor da opção reduzir-se-á  $29,98$  vezes esse

período. No caso do cenário 1, o teta de -29,89 é bastante elevado, mesmo a despeito de seu arrefecimento em face de uma volatilidade elevada e instável, razão por que este indicador também sinaliza, favoravelmente, para a aquisição de *puts* nas circunstâncias do cenário 1.

- Rô igual a 7,911856 indica que, quando a taxa de juros (na forma decimal) aumentar, o valor da opção aumentará, aproximadamente, 7,91 vezes essa mesma quantia. Portanto, pela ótica do rô, seria recomendável que o produtor adquirisse as opções de venda, como medida de segurança contra o risco de queda de preço do seu produto, desde que a perspectiva seja de alta na taxa de juros.

#### 4.3.2. Cenário 2

A performance dos indicadores obtidos, conforme este segundo cenário (Tabela 9), demonstra que a conjuntura de mercado a que a *commodity* está submetida é de tal modo favorável ao produtor, que o *hedge* contra o risco de preços é inteiramente dispensável, como forma de garantia de uma renda mínima. Observa-se que a distribuição de frequência dos retornos do ativo-objeto apresenta coeficientes positivos tanto para a distorção como para a curtose, o que indica que há mais valores positivos à direita da média. Contudo, são pequenos os desvios, o que caracteriza uma volatilidade estável. Quanto aos demais indicadores, uma análise semelhante àquela levada a efeito para o cenário 1 decerto irá demonstrar que a melhor alternativa para o produtor é optar pela não-realização do *hedge*, uma vez que são mínimas as chances de que os preços venham a ter queda acentuada. Dito de outra forma, é muito elevada a probabilidade de que as opções de venda vençam sem valor algum, caso sejam adquiridas neste momento.

A partir da comparação da análise levada a efeito com base em dados reais (seção 4.2) e nas duas simulações (seção 4.3: cenários 1 e 2), é possível visualizar com nitidez que: a) Se a distribuição de retornos tiver coeficientes de distorção e curtose negativos e for alta a volatilidade do ativo-objeto, certamente

a compra de opções de venda por parte do produtor, como proteção ao risco de preço, será necessária; b) Se, ao contrário, forem positivos os coeficientes de curtose e distorção, e for baixa a volatilidade, esse tipo de *hedge* não será recomendável. Para qualquer outro tipo de combinação dessas variáveis, é provável que se possa recomendar um *hedge* de maior ou menor parte da produção, o qual irá depender tanto da performance dos indicadores como do grau de aversão ao risco, por parte produtor.

Vale a pena destacar que, diante de um cenário desfavorável à realização do *hedge*, o agente econômico (produtor) pode, com auxílio da tabela dinâmica, desenvolvida em Excel (Apêndice H) para cálculo dos indicadores analíticos, fazer o acompanhamento da dinâmica dos preços e evolução dos parâmetros de decisão, de forma a escolher o momento mais adequado para *hedgear* sua produção. Para tanto, tudo que precisa é descartar os preços mais antigos e introduzir os mais recentes, o que lhe permitirá acompanhar *pari-passu* as mudanças e as perspectivas operadas no mercado de sua *commodity*.

## 5. RESUMO E CONCLUSÕES

Neste estudo, buscou-se destacar algumas questões básicas acerca do processo de decisão de produtores rurais sobre a adoção de alternativas que visem obter proteção contra o *risco de preço* a que estes ficam expostos, no período compreendido entre a decisão de produzir e a comercialização propriamente dita.

Foram enfatizadas as dificuldades que têm os produtores de *commodities* agrícolas para administrar o *risco de preço* por meio do *hedging* no mercado de futuros, visto que requer um acompanhamento do processo de ajustes diários que, além de custoso, exige maior capacidade técnica e gerencial por parte do empresário. As dificuldades de gerenciamento desse risco têm feito com que diferentes alternativas de comercialização sejam testadas. O mercado a termo, onde o produtor e o comprador definem um preço e efetua-se a venda antecipadamente, é uma forma de comércio já bem difundida. O mercado futuro também tem como princípio básico essa mesma precaução. A diferença entre os mercados futuros e a termo é que, neste, o comprador e o vendedor ficam obrigados até o vencimento e liquidam o contrato mediante entrega física do produto. No mercado futuro, tanto o comprador quanto o vendedor são livres para saírem do contrato, tomando posições inversas quando assim o desejarem. Outro mercado utilizado na redução do risco de preço para o produtor rural é o de

opções sobre futuros. Neste, o objeto de negociação não é o ativo-objeto (*commodity*), mas o direito de assumir uma posição vendida em data determinada e por um preço previamente acertado (preço de exercício). O *hedging* por meio da compra de opções de venda é mais vantajoso para os produtores rurais, em comparação com os mercados a termo e futuros, pois, em caso de elevação do preço, o *hedger* tem a opção de não entregar o produto e vendê-lo no mercado físico, beneficiando-se, assim, de qualquer alta inesperada no preço de sua *commodity*. Caso isto venha a ocorrer, o custo com a aquisição das opções será compensado ou mais que compensado pela alta de preço no mercado a vista, acima do preço de exercício. Além disso, não há exigência do depósito de margem, como ocorre no mercado futuro, e há vários níveis de seguro de preço, a serem escolhidos com base em diferentes preços de exercício e prazos de vencimento das opções disponíveis no mercado.

A aquisição de um contrato de opção de venda, em data especificada, funciona como garantia de preço mínimo, e sua administração é bastante simples, visto que envolve apenas o pagamento do prêmio por parte do produtor e o exercício, ou não, da opção na data do vencimento. Em contraste, um *hedging* no mercado futuro, além de custoso e de exigir acompanhamento do processo de ajustes diários, tem a desvantagem de travar o preço do produto, isto é, caso o preço, por qualquer motivo, se eleve além das previsões mercadológicas, o produtor não se beneficiará desse aumento, pois aquilo que vier a obter de ganho extra com o sobrepreço no mercado físico terá que ser despendido com o pagamento de idênticas perdas no mercado futuro. No caso do *hedging* com opções de venda, o dispêndio do produtor com esta operação é antecipado. Trata-se do prêmio a ser pago ao lançador da opção; sua perda máxima fica limitada a esta despesa antecipada e qualquer elevação do preço da mercadoria acima do preço de exercício será revertida em ganho extra.

O entendimento de que os contratos de opções de venda sobre futuros para produtores rurais apresentam maiores vantagens, em relação aos contratos de venda antecipada (venda no mercado futuro), tornou-se o elemento norteador do objetivo fundamental deste estudo, qual seja, a formulação de um modelo,

adaptado da formulação Black & Scholes, para auxiliar produtores de café e de boi gordo a avaliarem a decisão de administrar o *risco de preço*, mediante *hedging* com opções de venda sobre futuros.

O modelo de decisão concebido, que tem na fórmula de “precificação” de opções de Black & Scholes sua base analítica de sustentação, foi discutido e testado na seção 4, mediante operacionalização de dados reais obtidos da BM&F, além da realização de duas simulações, cujos resultados foram comparados entre si e com aqueles obtidos de dados reais. Nessa etapa, contou-se com o auxílio de uma Tabela Dinâmica, construída em Excel, exclusivamente para atender a esta finalidade e que, em si, representa a essência do modelo objeto deste trabalho, isto é, trata-se de uma ferramenta concebida para obtenção automática dos indicadores que balizam a decisão do produtor a partir de uma série de preços do ativo-objeto, dos preços de mercado da opção de venda, da taxa de juros livre de risco, do tempo para o vencimento da opção e do preço de exercício.

Finalmente, há que se destacar que o desconhecimento dos mecanismos que regem o funcionamento dos mercados de opções agrícolas funciona como forte barreira à participação do produtor rural nesses mercados. Para muitos produtores, este é um mercado totalmente desconhecido, fato que, aliado à natural desconfiança característica desses agentes econômicos, constitui impedimento à sua participação em negócios que apenas envolvem circulação de papéis e não produto físico. Além disso, nas negociações realizadas com esses papéis participa grande número de agentes econômicos que não têm nenhum interesse no produto negociado, situação pouco freqüente nos mercados físicos, sendo esta uma das causas de distanciamento entre *hedgers*, pois estes não têm idéia da importância do especulador, visto, erroneamente, como um mero oportunista que desqualifica a confiabilidade do mercado.

Por outro lado, há um seleto grupo de empresários rurais que têm opinião diversa sobre a função das bolsas de mercadorias e de futuros, como veículos de formação de preços e garantia de renda mínima que se cristaliza por intermédio do processo de comercialização dos produtos agrícolas. Nesse grupo estão grandes produtores de produtos de exportação que têm os preços de suas

*commodities* cotados em bolsas no exterior e que, ao longo dos anos, foram adquirindo consciência da importância econômica de se utilizarem os mercados organizados para garantir maiores lucros e evitar grandes perdas em face de uma repentina instabilidade de preços. Os Mercados de Opções Agrícolas são muito mais recentes que os Mercados Futuros Agrícolas. Dessa forma, todas as restrições que os produtores rurais têm a este último tipo de mercado tendem a ampliar-se para o mercado mais recente. O contrato de opções é uma modalidade de contrato de entrega futura, em que o objeto de negociação não é o produto físico, mas o direito de compra/venda sobre um contrato futuro cambial agrícola. É um novo mecanismo de comercialização e de proteção contra as variações de preços que deverá ser absorvido no cotidiano dos produtores rurais.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DAS INDÚSTRIAS EXPORTADORAS DE CARNE - ABIEC. **Boletim Informativo**, jan. 1999. 3 p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DA INDÚSTRIA DE CAFÉ - ABIC. **Boletim Informativo**. 1998. 6 p.
- BECKER, J.L., LEMGRUBER, E.F. **Programa da HP-12 para cálculo do valor de opções de compra e de venda, usando a fórmula de Black and Scholes**. São Paulo: BM&F, 1995. 3 p. (Resenha BM&F).
- BESSADA, O. **O mercado futuro e de opções**. Rio de Janeiro: Record, 1994. 297 p.
- BOLSA DE MERCADORIAS E FUTUROS - BM&F. **Síntese de dados**. São Paulo: 1998. 56 p.
- BOLSA DE VALORES DO RIO DE JANEIRO - BVRJ. **Mercado de opções: estratégias e avaliação de prêmios**. Teresópolis: Correio da Serra, 1984. 101 p.
- CHICAGO BOARD OF TRADE. **Manual de commodities**. São Paulo: Associação para o Desenvolvimento dos Mercados, 1985. 389 p.
- COSTA, J.L.S.B., SILVA, L.M., MAMORU, S. Black-Scholes: como calcular o prêmio de opções no mercado brasileiro. **Informe SENN**, Rio de Janeiro, v. 1, n. 10, p. 7-10, 1992.

- COX, J.C., RUBINSTEIN, M. **Options markets**. New Jersey: Prentice-Hall, 1985. 498 p.
- DUARTE JÚNIOR, A.M. **Risco: definições, tipos, medição e recomendações para seu gerenciamento**. São Paulo: BM&F, 1997. 9 p. (Resenha BM&F, 114-1).
- EID JÚNIOR, W. A avaliação de opções: o caso brasileiro: utilização de modelos arch na estimação dos parâmetros. São Paulo: FGV, 1995. 221 p. Tese (Doutorado em Administração) - Fundação Getúlio Vargas, 1995.
- FORBES, L.F. **Mercados futuros: uma introdução**. São Paulo: BM&F, 1994. 67 p.
- GROENFELDT, T. **Cultivando para o futuro**. São Paulo: BM&F, 1995. 10 p. (Resenha BM&F).
- HAURY, R.V. **Operações de volatilidade no mercado de boi gordo**. São Paulo: 1996. 12 p. (Mimeogr.).
- HULL, J.C. **Introdução aos mercados futuros e de opções**. São Paulo: BM&F/Cultura Editores Associados, 1996. 448 p.
- HULL, J.C. **Options, futures, and other derivatives**. Upper Saddle River: Prentice-Hall, 1997. 334 p.
- LEMGRUBER, E.F. **Avaliação de contratos de opções**. São Paulo: BM&F, 1992. 62 p.
- MADALENA, A.F.S. **Equilíbrio em mercados de ativos com aversão à incerteza**. Rio de Janeiro: FGV, 1990. 140 p. Tese (Doutorado em Economia) - Fundação Getúlio Vargas, 1990.
- MALUF FILHO, J.A. **Método integrado de gestão de riscos de mercado de ativos derivados em instituições financeiras**. São Paulo: USP, 1996. 179 p. Tese (Doutorado em Administração) - Universidade de São Paulo, 1996.
- MAS-COLLEL, A., WHINSTON, M.D., GREEN, J.R. **Microeconomic theory**. New York: Oxford University, 1995. 981 p.
- MORI, H. **Mercados futuros: hedging de commodities agrícolas**. Rio de Janeiro: FGV, 1990. 67 p. Dissertação (Mestrado em Economia) - Fundação Getúlio Vargas, 1990.
- NATENBERG, S. **Option volatility and pricing strategies: advanced trading strategies and techniques**. Chicago: McGraw-Hill, 1994. 469 p.

- NORONHA, M. **Análise técnica: teorias, ferramentas, estratégias.** Rio de Janeiro: EDITEC, 1995. 392 p.
- PEREIRA, A.V.O. **O mercado futuro como instrumento de comercialização para o empresário rural.** São Paulo: ESALQ, 1996. 92 p. Dissertação (Mestrado em Economia Agrária) - Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, 1996.
- PINDYCK, R.S., RUBINFELD, D.L. **Microeconomia.** 2.ed. São Paulo: Makron Books do Brasil, 1994. 968 p.
- RITCHKEN, P. **Derivative markets: theory, strategy and applications.** New York: Harper Collins College, 1996. 617 p.
- ROMUALDO, D.A.F. **Determinação do preço de opções resgatáveis.** Rio de Janeiro: FGV, 1990. 63 p. Dissertação (Mestrado em Economia) - Fundação Getúlio Vargas, 1990.
- RUBASH, K. **A study of option pricing models.** Illinois: Finance Foster College of Business Administration/Bradley University, 1998. 10 p.
- SCHOUCHANA, F. **Introdução aos mercados futuros e de opções agropecuários.** São Paulo: BM&F, 1997. 70 p.
- SHARPE, W.F., ALEXANDER, G.J., BAILEY, J.V. **Investments.** New Jersey: Prentice Hall, 1995. 1058 p.
- SILVA, L.M. **Mercado de opções: conceitos e estratégias.** Rio de Janeiro: Halip, 1996. 257 p.
- SILVA NETO, L.A. **Opções: do tradicional ao exótico.** São Paulo: Atlas, 1996. 291 p.
- SILVA NETO, L.A. **Derivativos: definições, emprego e risco.** São Paulo: Atlas, 1998. 282 p.
- SPIEGEL, M.R. **Estatística.** São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1977. 580 p.
- TAGLIALEGNA, G.H.F. **Estudo sobre o comportamento do mercado internacional de café nos últimos 50 anos: 1946-1995.** São Paulo: 1996. 6 p. (Mimeogr.).
- TAGLIALEGNA, G.H.F. **O café: retrospectiva histórica.** São Paulo: CIAGRI/USP, 1998. 2 p.

**VARGA, G. Aplicação do modelo Black-Scholes ao mercado brasileiro de operações de compra, utilizando-se metodologias diferenciadas para o cálculo da volatilidade.** Rio de Janeiro: FGV, 1990. 54 p. Dissertação (Mestrado em Economia) - Fundação Getúlio Vargas, 1990.

**VARIAN, H.R. Microeconomia: princípios básicos.** 2.ed. Rio de Janeiro: Campus, 1994. 710 p.

**WILMOTT, P.H.S. The mathematics of financial derivatives.** New York: Cambridge, 1995. 476 p.

## **APÉNDICES**

## APÊNDICE A

### UMA APLICAÇÃO DO "COST OF CARRY MODEL" NA AVALIAÇÃO DE CONTRATOS DE CAFÉ CAMBIAL FUTUROS, USANDO-SE DADOS REAIS OBTIDOS DA BM&F

No dia 23 de abril de 1999, um exportador (*hedger*) pretendia comprar 10.000 sacas de café cambial para vendê-las três meses após, sendo a situação nos mercados de café a seguinte:

- Preço a vista do café era de R\$ 167,08, por saca de 60 quilos.
- Um armazém cobrava, mensalmente, R\$ 0,90 por saca de café armazenada.
- Uma seguradora cobrava, mensalmente, R\$ 0,60 por saca.

Com o café a R\$ 167,08 por saca e a taxa de juro anual<sup>45</sup> a 10%, o custo de oportunidade anual para deter mercadoria em estoque era de R\$ 16,71, o que representava cerca de R\$ 1,39 por mês.

Um contrato futuro de café tinha um total de 100 sacas de 60 quilos; o custo mensal para ter margens imobilizadas era de R\$ 0,12 centavos de real por saca, que podia ser calculado da seguinte forma:

---

<sup>45</sup> Em razão de os mercados futuros agropecuários serem todos cotados em pontos (equivalentes à taxa de câmbio de reais por dólares americanos), a BM&F sugere a utilização da taxa anual do cupom cambial, como taxa de juros para cálculo do preço das opções sobre futuros.

Em primeiro lugar, calcularam-se as margens a depositar por contrato, que eram negociadas e correspondiam, neste caso, a R\$ 1.500,00. Em segundo lugar, calculou-se a remuneração deste valor, pressupondo-se uma taxa de juro mensal de 0,80%. Um investimento de R\$ 1.500,00 proporcionaria um *out-flow* de R\$ 1.512,00. Desse modo, o custo de oportunidade mensal de retenção das margens de um contrato de futuros de café era de R\$ 12,00, o que representava um custo mensal, por saca, de 0,12 centavos de real (R\$ 12,00/100).

- o valor esperado do parâmetro "d" era zero.

Assim, o preço esperado dos futuros com data de expiração três meses após seria:

- $PF_t = R\$ 167,08 \times (1+0,80\%)^3 + (0,90 \times 3) + (0,60 \times 3) - (0,12 \times 3) = R\$ 175,26.$

## APÊNDICE B

### EXEMPLOS ILUSTRATIVOS DE OPÇÕES DE COMPRA E DE VENDA DE AÇÕES *IN-THE-MONEY*

#### *Exemplo 1*

Uma opção de compra (*long call*) de ações da empresa “M”, a um preço de exercício de R\$ 2.500,00, está *in-the-money* se a cotação da referida ação na Bolsa for superior a R\$ 2.500,00 (ex.: R\$ 2.800). Neste caso, o exercício da opção e a respectiva venda em Bolsa darão ao comprador da opção um lucro de R\$ 300,00 por ação.

#### *Exemplo 2*

Uma *put* de ações da empresa “M”, a um preço de exercício de R\$ 1.000,00, está *in-the-money* se a cotação das ações na Bolsa for inferior a esse preço. Se ela for, por exemplo, R\$ 800,00, o comprador da *put* pode comprá-las na bolsa a R\$ 800,00 e, ao exercer a *put*, vendê-las a R\$ 1.000,00, obtendo um lucro de R\$ 200,00 por ação.



## APÊNDICE C

### **SIGNIFICADO E FUNDAMENTOS TEÓRICOS ACERCA DOS CONCEITOS DE PROCESSO DE MARKOV, PROCESSO DE WIENER E MOVIMENTO BROWNIANO<sup>46</sup>**

#### *Processo de Markov*

Processo de Markov é um processo estocástico em que as variáveis assumem valores imprevisíveis, com a particularidade de que apenas o estado presente do processo é relevante para predizer o futuro. Os acontecimentos passados não são importantes e não entram no estudo, e pressupõe-se que a maioria dos preços dos ativos, em um mercado eficiente, siga um processo de Markov. Admita-se, por exemplo, que a saca de café esteja sendo negociada a R\$ 150. Neste valor (R\$ 150) está contida toda a informação relevante para estudar o seu comportamento futuro. Como o café chegou a este preço e qual o caminho percorrido não têm importância no processo em questão.

Um processo de Markov admite, ainda, que as previsões do futuro sejam incertas e deverão ser expressas em termos de distribuição de probabilidades.

---

<sup>46</sup> Adaptação baseada na descrição de SILVA NETO (1996:199-208).

### *Processo de Wiener*

É um caso particular de processo de Markov, muito usado para explicar a evolução de preços de ativos. É um processo estocástico usado na física para descrever o comportamento de uma partícula sujeita a grande número de choques moleculares - também conhecido como movimento browniano.

Suponha-se uma variável  $z$  que, por definição, segue um processo de Wiener. Pode-se estudar o processo e dele obter maior compreensão se, em lugar de considerar seu tempo total de duração, optar-se por dividir esse intervalo em muitos subintervalos, tão pequenos quanto se queira, representados por  $\Delta t$ . Assim, pode-se definir  $\Delta z$  como a variação em  $z$ , relativa ao intervalo  $\Delta t$ . Um processo de Wiener é, formalmente, definido por duas propriedades inerentes a  $\Delta z$ :

- a)  $\Delta z = \varepsilon \sqrt{\Delta t}$ , em que  $\varepsilon$  é uma amostra aleatória retirada de uma normal reduzida, do tipo  $N(0, 1)$ .
- b) Os valores de  $\Delta z$ , para quaisquer intervalos  $\Delta t$ , são independentes.

Da primeira propriedade segue-se que  $\Delta z$  seja, também, normalmente distribuído com média = 0 e desvio-padrão =  $\sqrt{\Delta t}$ .

Com base na segunda propriedade, tem-se que  $z$  segue um processo de Markov, isto é, o preço formado em um intervalo de tempo é completamente independente de todos os outros. Isso equivale dizer que os acontecimentos passados não têm nenhuma influência nos acontecimentos futuros.

Agora, examine o comportamento da variável  $z$ , num período de tempo maior denominado  $T$ . Pode-se representar esta variação como  $z(T) - z(0)$ , ou valor de  $z$ , ao final do período estudado, menos valor de  $z$ , no início do mesmo período. Pode-se considerar a variação de  $z$ , num período relativamente longo, como o somatório das variações de  $z$  em  $\alpha$  pequenos intervalos de tempo  $\Delta t$ , e escrever:

$$\alpha = \frac{T}{\Delta t},$$

e ainda,

$$z(T) - z(0) = \sum_{i=1}^N \varepsilon_t \sqrt{\Delta t} .$$

Mediante uma das propriedades das distribuições normais, sabe-se que, se uma variável  $V$  for o resultado da soma de  $n$  variáveis independentes normalmente distribuídas, então  $V$  também será normalmente distribuída com média e variância iguais ao somatório das médias das  $n$  variáveis que a compõem. Assim, pode-se escrever:

$$\text{Média de } z(T) - z(0) = 0, \quad (1C)$$

$$\text{Variância de } z(T) - z(0) = \alpha \Delta t = T, \quad (2C)$$

$$\text{Desvio-padrão de } z(T) - z(0) = \sqrt{T} . \quad (3C)$$

Agora, ao se examinarem as três equações anteriores, observa-se que, pela equação (1C), a média de  $z(T) - z(0) = 0$  decorre, diretamente, da propriedade das distribuições normais, conforme acima, lembrando que os  $\varepsilon_t$  são amostras aleatórias de uma normal reduzida. A equação (2C) decorre da mesma propriedade e da definição de  $\alpha = \frac{T}{\Delta t}$ , portanto,  $\alpha \Delta t = T$ . Finalmente, a equação (3C) decorre do fato de o desvio-padrão ser a raiz quadrada positiva da variância.

**Exemplo:** Suponha que o valor da variável  $z$  seja 100, no início do processo. Pela estrutura das equações, tem-se a informação de que, se  $z$  seguir um processo de Wiener e o tempo for, por exemplo, medido em meses, ao fim de um mês  $z$  será normalmente distribuída, com média 100 e desvio-padrão igual a  $\sqrt{1} = 1$ . Ao fim de dois meses, espera-se que seja normalmente distribuída, com média 100 e desvio-padrão igual a  $\sqrt{2} = 1,4142$ . Ao final de três meses, espera-se que  $z$  seja normalmente distribuída, com média 100 e desvio-padrão igual a  $\sqrt{3} = 1.732$ . Observa-se que, quanto mais longo for o período escolhido para estudo, maior será a incerteza a respeito de uma previsão, visto que o desvio-

padrão aumenta na razão da raiz do intervalo de tempo considerado, fazendo com que a normal se torne mais dispersa (distribuição com curtose negativa).

Em cálculo diferencial, estuda-se o comportamento das variáveis dependentes, dadas pequenas variações nas variáveis independentes. De particular interesse é o caso em que a variação estudada é tão pequena que tende a zero. Assim, sendo  $y$  a variável dependente e  $x$  a variável independente, pode-se escrever:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx}.$$

Em cálculo estocástico, em certos casos, pode-se proceder da mesma maneira. Assim, tomando-se uma equação que descreve a propriedade (1C) dos processos de Wiener, tem-se que

$$\Delta z = \varepsilon \sqrt{\Delta t}.$$

Aplicando-se o conceito acima em intervalos  $\Delta t \rightarrow 0$ , pode-se escrever

$$dz = \varepsilon \sqrt{\Delta t}.$$

O processo de Wiener, como até aqui descrito, supõe uma taxa de variação zero e uma variância de 1. Isto significa que o valor esperado de  $z$ , a qualquer instante no futuro, será igual a seu valor presente. A variância de 1 significa que a variância das variações de  $z$ , num intervalo de tempo  $T$ , será  $1 \times T = T$ . Para aplicação do conceito à variação do preço de um ativo, há que se generalizar o processo de Wiener para uma variável  $x$ . Isto pode ser feito pela introdução de duas constantes,  $a$  e  $b$ , como a seguir:

$$dx = a(dt) + b(dz). \tag{4C}$$

O termo  $a(dt)$  significa que  $x$  tem uma taxa de variação de  $a$  por unidade de tempo, de modo que, desconsiderando-se (por enquanto) o segundo termo da equação (4C), pode-se escrever:

$$dx = a dt$$

ou

$$\frac{dx}{dt} = a .$$

Como  $a$  é uma constante e  $\frac{dx}{dt} = a$ , pode-se escrever:

$$x = x_0 + at,$$

em que  $x_0$  é o valor da variável  $x$  em  $t_0$ . Tem-se, então, que, em um intervalo de tempo  $T$ ,  $x$  deverá crescer  $aT$ .

Agora, considere-se o segundo termo da equação,  $b(dz)$ , que pode ser visto com algo que soma “variabilidade”, “incerteza” ou, em linguagem estatística, “barulho” ao processo. A quantidade que exprime este “barulho” será  $b$  vezes um processo de Wiener. Considerando-se a variação do valor de  $x$  em um pequeno intervalo de tempo  $\Delta t$ , tem-se, pela primeira propriedade dos processos de Wiener e pela equação (4C), que

$$\Delta x = a\Delta t + b\epsilon\sqrt{\Delta t} .$$

Em tais condições,  $\Delta x$  estará normalmente distribuído, com média de  $\Delta x = a\Delta t$ , desvio-padrão de  $\Delta x = b\sqrt{\Delta t}$  e variância de  $\Delta x = b^2\Delta t$ .

Pode-se, agora, estender o conceito para qualquer intervalo de tempo  $T$  e dizer que a variação no valor de  $x$ , decorrido o tempo  $T$ , estará normalmente distribuída com média da variação de  $x = aT$ , desvio-padrão da variação de  $x = b\sqrt{\Delta t}$  e variância da variação de  $x = b^2T$ .

Neste estágio, a rigor, ainda não se pode aplicar o processo de Wiener a uma variação de preço de um ativo. Um exemplo que não se refira a preço ajudará melhor na compreensão, conforme segue.

Considere-se que o consumo de energia elétrica de determinada região siga um processo de Wiener generalizado. Suponha que o consumo, no início do período considerado, seja 100 e o tempo esteja sendo medido em meses. Suponha, ainda, uma taxa de variação de 30 ao mês e uma variância de 1.600. Ao fim de um mês, espera-se que o consumo de energia tenha distribuição normal com média de 130 e desvio-padrão de  $\sqrt{1600} = 40$ . Ao fim de 15 dias (meio mês), espera-se ter uma distribuição normal com média 115 e desvio-padrão de  $\sqrt{1.600 \times 0,5} = 28,28$ .

Antes de adaptar o processo de Wiener ao comportamento dos preços no tempo, considere-se um último processo estocástico, o processo de Itô, que será útil para a compreensão dos métodos numéricos aplicados à determinação de preços de ativos.

Um processo de Itô é um processo de Wiener generalizado, em que os parâmetros  $a$  e  $b$  (antes considerados constantes) são substituídos por  $\alpha$  e  $\beta$ , que não mais são constantes, mas funções de  $x$  e do tempo. Escreve-se, então,

$$dx = \alpha(x,t) dt + \beta(x,t) dz.$$

Assim, tem-se que tanto a taxa de variação quanto a taxa de variância podem mudar com o tempo. Agora, pode-se aplicar esse tipo de processo estocástico à evolução de preços de um ativo.

Admita-se que o retorno sobre um ativo possa ser expresso por uma porcentagem sobre o seu valor, cuja magnitude seja representada pela notação  $\mu$ ; indicando-se o valor do ativo como  $V$ , pode-se dizer que a taxa de variação esperada do ativo seja  $\mu V$ .

Seguindo-se o mesmo raciocínio anterior, é lícito afirmar que a variação esperada no valor do ativo, para um pequeno intervalo de tempo  $\Delta t$ , será de  $\mu V \Delta t$ . Com taxa de variância zero, tem-se que:

$$dV = \mu V dt$$

ou

$$\frac{dV}{dt} = \mu V .$$

Tem-se, então, que a taxa instantânea de variação de  $V$ , em relação a  $t$ , é igual a  $\mu V$ . Em consequência, pode-se dizer que, partindo-se de um valor inicial do ativo  $V_0$  e considerando-se a taxa  $\mu$  de variação (se o intervalo de tempo considerado for  $t$ ), o valor do ativo, ao final do tempo  $t$ , será composto à taxa contínua  $\mu$ , como segue:  $V = V = V_0 e^{\mu t}$ .

Esta equação revela que, quando a taxa de variância for zero, o preço de um ativo crescerá à taxa continuamente composta de  $\mu$ , por unidade de tempo. Contudo, sabe-se que, na prática, os ativos apresentam maior ou menor volatilidade. Assim, é lógico admitir que a variância do retorno percentual em um pequeno intervalo de tempo  $\Delta t$  seja a mesma, qualquer que seja o preço do ativo. De fato, pode-se admitir que a incerteza sobre o retorno percentual de um ativo seja a mesma, seja o preço deste \$ 80 ou \$ 100.

Definindo-se  $\sigma^2$  como a taxa de variância, pode-se dizer que  $\sigma^2 \Delta t$  será a taxa de variância proporcional ao intervalo  $\Delta t$ . Assim,  $\sigma^2 V^2 \Delta t$  será a variância da mudança no preço do ativo  $V$  durante o intervalo de tempo  $\Delta t$ . A taxa de variância instantânea ( $\Delta t$  é tão pequena quanto se queira) será, então,  $\sigma^2 V^2$ .

Isto posto,  $V$  poderá ser estudado conforme um processo de Itô, com taxa instantânea  $\mu V$  e taxa instantânea de variância  $\sigma^2 V^2$ , matematicamente representado por

$$dV = \mu V dt + \sigma V dz$$

ou

$$\frac{dV}{V} = \mu dt + \sigma dz . \tag{5C}$$

A equação (5C) é o modelo geral mais usado para descrever o comportamento dos preços de ativos. Ela é a representação matemática do movimento browniano.

### *Movimento Browniano*

É um conceito matemático aplicado em física para descrever o comportamento de uma partícula de matéria sujeita a grande número de choques moleculares.

A história de sua descoberta data de 1827, quando o botânico inglês Robert Brown percebeu que um grão de pólen que flutuava em um recipiente cheio de água era sujeito a um movimento contínuo que parecia não seguir nenhum caminho lógico. A princípio, pensou tratar-se de uma propriedade específica do grão de pólen. Verificou, porém, que qualquer grão de poeira suficientemente pequeno, ao flutuar num recipiente com água, estava sujeito ao mesmo tipo de movimento errático. Notou, ainda, que objetos um pouco maiores, como um pedaço de madeira, se colocados igualmente a flutuar em um recipiente, não apresentavam nenhum movimento próprio.

Esse fenômeno aparentemente inexplicável atraiu a atenção dos físicos James Clerk (inglês) e Ludwig Boltzmann (austríaco), que, em 1860, encontraram a explicação para o fato. Ao flutuar num líquido, o objeto recebe grande número de impactos das moléculas do líquido, que serão tanto mais fortes quanto maior for a temperatura do líquido (a vibração das moléculas aumenta com a temperatura, o que, de fato, é a definição de *calor*). Um objeto relativamente grande, como um pedaço de madeira, recebe um quatrilhão de impactos do lado direito e um quatrilhão e cinquenta mil impactos do lado esquerdo. Em números de tal magnitude, essa diferença é desprezível e o objeto não se move. Entretanto, ao se reduzir o tamanho do objeto flutuante o suficiente para que receba apenas os impactos de 100 moléculas de um lado, há possibilidade (e, realmente, isto se verifica) de que possa estatisticamente sofrer o impacto de 120 moléculas do outro, o que faz uma diferença (20%). Assim,



pequenos objetos, como grãos de pólen e partículas de poeira, movem-se na água, apresentando um movimento errático, randômico, ao acaso.

Maxwell e Boltzmann deram tratamento matemático rigoroso à teoria do movimento das moléculas dos gases, ao usarem, entre outras ferramentas, princípios de estatística. Isso atraiu a atenção de profissionais de outras áreas, os quais se viam diante do problema de explicar comportamentos de fenômenos sem nenhuma lógica aparente, quais sejam, fenômenos psicológicos, sociais e numéricos, dependentes da ação do ser humano, como o movimento de preços no mercado.

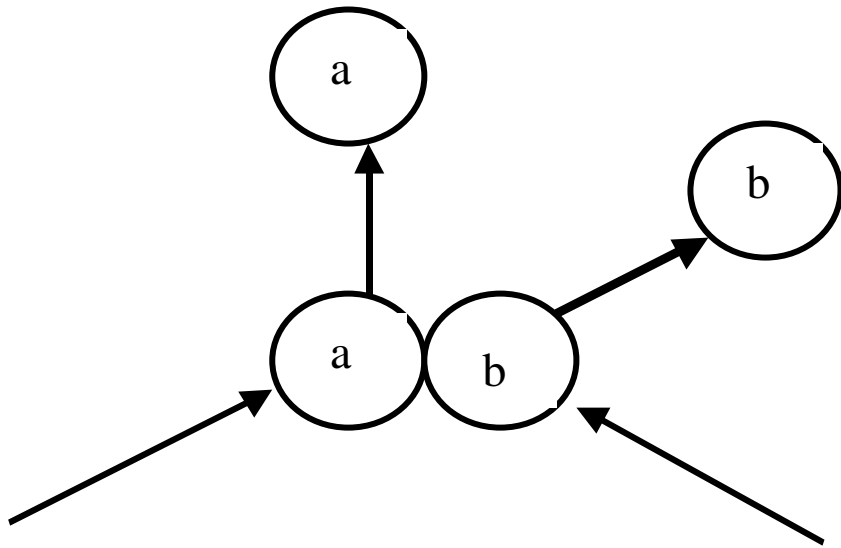
Restava, ainda, um problema para resolver: as equações de Maxwell e Boltzmann previam acontecimentos-limites, movimentos quase impossíveis de prever. Como, então, aplicá-las no plano econômico?

Maxwell deu a resposta quando aplicou a lei da conservação do momento ao movimento das moléculas. O *momento* de um corpo é definido como sua massa multiplicada pela sua velocidade, levando-se em conta a direção do movimento. Num recipiente cheio de gás, as moléculas deste colidem entre si e contra as paredes do recipiente, como se fossem bolas de bilhar. A grande maioria dos choques se dá conforme mostrado na Figura 1C.

A molécula  $a$ , que possui momento igual a  $mv$ , choca-se com a molécula  $b$ , cujo momento é  $mv_b$ . Como bolas de bilhar, após o choque, cada uma continua por uma trajetória diferente da anterior. A lei de conservação do momento afirma que o momento total do sistema é conservado. Assim, se o sistema fosse constituído apenas pelas duas moléculas, a velocidade e a direção de  $a$  mais a velocidade e a direção de  $b$  antes do choque deveriam ser iguais à velocidade e à direção de  $a$  mais a velocidade e a direção de  $b$  depois do choque.

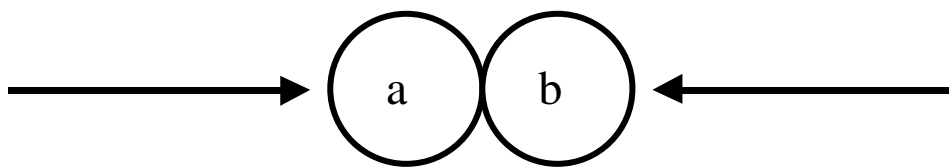
Agora, considere-se o caso de duas moléculas de mesma massa e mesma velocidade batendo de frente, conforme mostrado na Figura 2C.

Admite-se que o momento da molécula  $b$ , que vem da direita para a esquerda, seja negativo ( $= -mv$ ), e o da molécula  $a$ , que vem da esquerda para a direita, seja positivo ( $= +mv$ ). Antes do choque, o momento total de um sistema



Fonte: SILVA NETO (1996:205).

Figura 1C - Colisão de moléculas em um recipiente cheio de gás.



Fonte: SILVA NETO (1996:206).

Figura 2C - Choque frontal entre duas moléculas de mesma massa e com a mesma velocidade.

composto apenas pelas duas moléculas seria zero [ $mv + (-mv)$ ]. Após o choque, pela lei da conservação do momento, deveria continuar a ser zero. Como não se pode zerar a massa, conclui-se que as velocidades foram zeradas. De igual modo, pode-se deduzir, intuitivamente, que duas bolas de bilhar, de mesma massa e mesma velocidade, ao baterem de frente, teriam de ficar imóveis após o choque.

Este desenvolvimento de Maxwell leva a uma conclusão inesperada, qual seja, se colocar um recipiente com água numa fonte de calor para levá-la ao ponto de ebulição (aumentar a velocidade das moléculas), pode acontecer, estatisticamente, num caso entre bilhões, que todas as moléculas batam de frente e parem. O líquido congelaria no fogo, em vez de ferver.

Como se vê, o modelo de Maxwell e Boltzmann contempla casos-limite, razão por que tem grande importância para todos os cientistas interessados em estudar fenômenos cujos resultados são determinados pela ação conjunta de forças que agem ao acaso.

Maxwell e Boltzmann e, mais tarde, em 1905, Einstein trabalharam para desenvolver a teoria do movimento browniano, com velocidades médias das moléculas, esperança estatística de posição das moléculas, desvio-padrão da velocidade e outras medidas estatísticas. Isto, de forma simplificada, é o que os modelos brownianos de determinação de preços procuram fazer, ao estudar a velocidade com que um preço se move, a volatilidade da mercadoria e a posição do preço após determinado período de tempo.

Para fixar o entendimento acerca do que o movimento browniano das moléculas tem em comum com o movimento que descreve a oscilação de preços, examine-se a equação que fornece a velocidade média das moléculas de um gás:

$$v = k\sqrt{PV},$$

isto é, a velocidade das moléculas de um gás é igual a uma constante que multiplica a raiz do produto da pressão pela temperatura. Quando se quer estudar esta equação, admitindo-se uma variação aleatória de algum de seus componentes, ela se torna:

$$v = k\varepsilon\sqrt{PV},$$

em que  $\varepsilon$  é uma amostra randômica retirada de uma distribuição normal reduzida.

## APÊNDICE D

### SIMULAÇÃO DE CÁLCULO DA VOLATILIDADE HISTÓRICA E DOS PRÊMIOS TEÓRICOS PARA *CALL* E *PUT*

Suponha que, em 12 de novembro de 1998, a ação da empresa “M” estivesse cotada, na BM&F, a R\$ 1.000,00. Suponha ainda que, nesta data, estavam sendo cotadas *calls* e *puts* com vencimentos para 30 de janeiro de 1999. A duração de vida das opções é, assim, de 79 dias. Sabendo-se que a taxa de juro de curto prazo era de 28% ao ano e conhecendo-se as cotações semanais das últimas 14 semanas, conforme a distribuição da Tabela 1D, têm-se: média = -0,01909; variância = 0,001605; variância anual = variância semanal x 52 semanas = 0,001605 x 52 = 0,08346; desvio-padrão anual =  $(0,08346)^{1/2} = 0,2889$  e  $T = 79/365 = 0,2164$ .

Assim, de acordo com as notações usuais utilizadas nesta seção, têm-se todas as variáveis necessárias para se estimar o valor teórico da *cal*, a saber:  $S = 1000$ ;  $K = 1000$ ;  $T = 0,22164$ ;  $\sigma = 0,2889$  e  $r = 0,28$ .

Tabela 1D - Distribuição dos preços de um ativo-objeto qualquer durante 14 semanas consecutivas

Cotações	Log(Pt/Pt-1)	Desvio à média	Desvio ao quadrado em face da média
1020			
1085	0.061777	0.063686	0.004056
1050	-0.23311	-0.021402	0.000458
1050	-0.009479	-0.00757	0.000057
1015	-0.033902	-0.031993	0.001024
951	-0.065130	-0.063221	0.003997
1010	0.060191	0.062100	0.003856
1009	-0.000991	0.000918	0.000001
993	-0.015984	-0.014075	0.000198
986	-0.007074	-0.005165	0.000027
980	-0.006104	-0.004195	0.000018
1046	0.065176	0.067085	0.0045
1020	-0.025171	-0.023262	0.000541
995	-0.024815	-0.022906	0.000525

Fonte: Dados da pesquisa.

Pela aplicação direta da fórmula (3.4), pode-se calcular o prêmio justo da *call* como:

$$c = 1000N(d_1) - 1000e^{-rT} N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{1000}{1000}\right) + \left(0,28 + \frac{0,2889^2}{2}\right)0,2164}{0,2889\sqrt{0,2164}} \Rightarrow d_1 = 0,5178$$

$$d_2 = 0,5178 - 0,1344 \Rightarrow d_2 = 0,3834$$

$$N(d_1) = N(0,5178) \Rightarrow N(0,5178) = 0,6977$$

$$N(d_2) = N(0,3834) \Rightarrow N(0,3834) = 0,6493$$

$$c = \text{R\$ } 1.000 (0,6977) - \text{R\$ } 1.000e^{-0,28 \times 0,2164}(0,6493) \Rightarrow c = \text{R\$ } 86,57$$

Conhecendo-se os valores  $N(d_1)$  e  $N(d_2)$ , obtêm-se, imediatamente, os valores  $N(-d_1)$  e  $N(-d_2)$ , por meio das seguintes relações:  $N(-d_1) = 1 - N(d_1)$  e  $N(-d_2) = 1 - N(d_2)$ . Deste modo, têm-se todos os parâmetros necessários ao cálculo do prêmio justo da *put*, pela aplicação direta da fórmula (3.5), a saber:

$$p = 1000e^{-0,28 \times 0,2164}(1 - 0,6493) - 1000 (1 - 0,6977) \Rightarrow p = \text{R\$ } 27,78.$$

## APÊNDICE E

### CÁLCULO DOS INDICADORES ESTATÍSTICOS E MERCADOLÓGICOS UTILIZADOS NO TESTE DE EFICIÊNCIA DO MODELO DE DECISÃO, A PARTIR DE DADOS REAIS OBTIDOS DA BM&F

Em 08 de fevereiro de 1999, o contrato futuro de café arábica cambial (CFC), vencimento maio/99, estava cotado em US\$ 119,60<sup>47</sup> por saca de 60 kg, enquanto a *put* AB81, de preço de exercício de US\$ 120,00, estava sendo negociada a US\$ 6,14, a 36 pregões do vencimento (5 de abril). Com base, então, em 21 retornos do ativo-objeto, foram calculadas as volatilidades histórica e implícita, conforme procedimentos demonstrados em procedimentos metodológicos (seção 3, subitens 3.3.2.5 e 3.3.2.6.4). O cálculo dos demais indicadores foi efetivado conforme a seguir:

*Distorção*

$$\text{Dist} = \frac{21}{(21-1)(21-2)} \sum \left( \frac{X_i + 0,0068315}{0,01634443} \right) \Rightarrow$$

$$\text{Dist} = -0,4823$$

---

<sup>47</sup> Em face da proibição de cotar ativos nacionais em moeda estrangeira, o café futuro cambial, na BM&F, é cotado em pontos por saca de 60 kg, com duas casas decimais, sendo cada ponto equivalente à taxa de câmbio média de reais por dólar dos Estados Unidos.



*Curtose*

$$\begin{aligned} \text{Curt.} &= \left\{ \frac{21(21+1)}{(21-1)(21-2)(21-3)} \sum \left( \frac{X_i + 0,0068315}{0,01634443} \right)^4 \right\} - \frac{3(21-1)^2}{(21-2)(21-3)} \\ &= \left\{ \frac{462}{6,840} (77,6530473) \right\} - \frac{1.200}{342} \Rightarrow \\ \text{Curt.} &= 1,7362 \end{aligned}$$

*Delta*

$$\delta = e^{-0,10(0,144)} [N(0,0365) - 1] = 0,9858 (0,5146 - 1) \Rightarrow \delta = -0,4785$$

*Gama*

$$\begin{aligned} \Gamma &= \frac{\left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{d_1^2}{2}\right)} \right) e^{-0,10(0,143)}}{119,60 \times 0,3335 \sqrt{0,143}} = \frac{\left( \frac{1}{\sqrt{6,28}} e^{-\left(\frac{0,0365^2}{2}\right)} \right) e^{-0,0143}}{15,0832} \\ &= \frac{(0,3990 e^{-0,00067}) 0,9858}{15,0832} = \frac{0,3931}{15,0832} \Rightarrow \Gamma = 0,0261 \end{aligned}$$

*Vega*

$$\begin{aligned} \Lambda &= 119,60 \sqrt{0,143} \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{d_1^2}{2}} \right) e^{-0,10(0,143)} = 45,2327 \left( \frac{1}{\sqrt{6,28}} e^{-\left(\frac{0,0365^2}{2}\right)} \right) e^{-0,0143} \\ &= 45,2327 (0,3990 e^{-0,00067}) 0,9858 \Rightarrow \Lambda = 17,77 \end{aligned}$$

*Teta*

$$\begin{aligned} \Theta &= - \frac{\left[ 119,60 \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \right) e^{-\left(\frac{d_1^2}{2}\right)} \sigma \right] e^{-0,10(0,143)}}{2\sqrt{0,143}} - 0,10 \times 119,60 N(-d_1) e^{-0,10(0,143)} + \\ &\quad + 0,10 \times 120,00 e^{-0,10(0,143)} N(-d_2) \\ &= - \frac{\left[ 119,60 (0,3990) e^{-\left(\frac{0,0365^2}{2}\right)} \times 0,3335 \right] e^{-0,0143}}{0,7589} - 11,96 (0,4854) 0,9858 + + \\ &\quad + 12,00 (0,5357) 0,9858 \end{aligned}$$

$$= -\frac{(47,7204 \times 0,9993 \times 0,2594) \times 0,9858}{0,7563} - 5,7229 + 6,3371 \Rightarrow$$

$$\Theta = -20,14$$

*Rô*

$$\rho = 0,143 e^{-0,10(0,143)} \times 119,60 (0,4854)$$

$$\rho = 8,18$$

## APÊNDICE F

### DADOS E EFETIVAÇÃO DE CÁLCULO DOS INDICADORES UTILIZADOS NO TESTE DE CONSISTÊNCIA DO MODELO DE DECISÃO, CONFORME CENÁRIO 1

Tabela 1F - Planilha de avaliação de opções de vendas sobre futuros de *commodities* do tipo europeu

Observação n.º	Preço em U\$ ativo-objeto (P <sub>i</sub> )	Preço relativo P <sub>i</sub> /P <sub>i-1</sub>	Ln P <sub>i</sub> /P <sub>i-1</sub> (X <sub>i</sub> )	Ln (P <sub>i</sub> /P <sub>i-1</sub> ) ao quadrado (X <sub>i</sub> ) <sup>2</sup>	Desvios X <sub>i</sub> - média	Desvios ao quadrado (X <sub>i</sub> - média) <sup>2</sup>
-22	141,37					
-21	143,13	1,0124496	0,01237274	0,00015308	0,020395727	0,000415986
-20	142,05	0,99245441	-0,0075742	5,7369E-05	0,000448785	2,01408E-07
-19	140,4	0,98838437	-0,0116836	0,00013651	-0,003660631	1,34002E-05
-18	137,31	0,97799145	-0,0222543	0,00049526	-0,014231363	0,000202532
-17	138,34	1,00750127	0,00747328	5,585E-05	0,015496265	0,000240134
-16	141,19	1,02060142	0,02039208	0,00041584	0,028415063	0,000807416
-15	139,17	0,98569304	-0,0144103	0,00020766	-0,006387308	4,07977E-05
-14	134,26	0,96471941	-0,035918	0,0012901	-0,027895004	0,000778131
-13	131,28	0,97780426	-0,0224458	0,00050381	-0,014422786	0,000208017
-12	123,88	0,94363193	-0,0580191	0,00336621	-0,049996106	0,002499611
-11	125,26	1,01113981	0,01107822	0,00012273	0,019101207	0,000364856
-10	123,16	0,98323487	-0,0169073	0,00028586	-0,008884269	7,89302E-05
-09	124,87	1,01388438	0,01378887	0,00019013	0,021811858	0,000475757
-08	121,11	0,96988868	-0,030574	0,00093477	-0,022550987	0,000508547
-07	119,12	0,98356866	-0,0165678	0,00027449	-0,00854485	7,30145E-05
-06	117,2	0,9838818	-0,0162495	0,00026405	-0,008226526	6,76757E-05
-05	118,14	1,00802048	0,00798848	6,3816E-05	0,01601147	0,000256367
-04	122,33	1,0354664	0,03485195	0,00121466	0,042874935	0,00183826
-03	117	0,95642933	-0,0445484	0,00198456	-0,036525391	0,001334104

Continua...

Tabela 1F, Cont.

Observação n.º	Preço em US\$ ativo-objeto (P <sub>i</sub> )	Preço relativo P <sub>i</sub> /P <sub>i-1</sub>	Ln P <sub>i</sub> /P <sub>i-1</sub> (X <sub>i</sub> )	Ln (P <sub>i</sub> /P <sub>i-1</sub> ) ao quadrado (X <sub>i</sub> ) <sup>2</sup>	Desvios X <sub>i</sub> - média	Desvios ao quadrado (X <sub>i</sub> - média) <sup>2</sup>
-02	120,36	1,02871795	0,02831332	0,00080164	0,036336302	0,001320327
-01	119,45	0,99243935	-0,0075894	5,7599E-05	0,000433607	1,88015E-07
Somatórios			-0,1684827	0,01287599	0	0,011524252
Média de X <sub>i</sub> .....		-0,008023	Indicadores de mercado para a <i>put</i> sobre futuros		Elementos de	Valores
Desvio-padrão de X <sub>i</sub> .....		0,024004	delta .....	-0,463068	d <sub>1</sub>	0,075945
Vol. histórica anual .....		0,381058	gama .....	0,017491	N(d <sub>1</sub> )	0,530269
Curtose .....		-0,370917	vega .....	17,731509	N(-d <sub>1</sub> )	0,469731
Distorção .....		-0,126083	teta .....	-29,885546	N'(d <sub>1</sub> )	0,397894
Tempo em dias úteis .....		36	rô .....	7,911856	d <sub>2</sub>	-0,111559
Preço futuro (F) .....		119,60			N(d <sub>2</sub> )	0,455586
Preço de exercício (K) .....		120,00			N(-d <sub>2</sub> )	0,544414
Vol. implícita anual .....		0,496091				
Tx. anual de juros (r).....		0,10				
Tempo em anos (T) .....		0,142857				
Preço teórico da Put .....		9,02				
Preço teórico da Call .....		8,63				
			Preço de mercado da <i>Put</i> .....			9,02
			Cálculo iterativo da volatilidade implícita baseado na fórmula do vega e conhecido como algoritmo de Newton-Raphson .			0,496091

## APÊNDICE G

### DADOS E EFETIVAÇÃO DE CÁLCULO DOS INDICADORES UTILIZADOS NO TESTE DE CONSISTÊNCIA DO MODELO DE DECISÃO, CONFORME CENÁRIO 2

Tabela 1G - Planilha de avaliação de opções de vendas sobre futuros de *commodities* do tipo europeu

Observação n.º	Preço em U\$ ativo-objeto (P <sub>i</sub> )	Preço relativo P <sub>i</sub> /P <sub>i-1</sub>	Ln P <sub>i</sub> /P <sub>i-1</sub> (X <sub>i</sub> )	Ln (P <sub>i</sub> /P <sub>i-1</sub> ) ao quadrado (X <sub>i</sub> ) <sup>2</sup>	Desvios X <sub>i</sub> - média	Desvios ao quadrado (X <sub>i</sub> - média) <sup>2</sup>
-22	138,8					
-21	138					
-20	140,7	0,99423631	-0,0057804	3,3413E-05	-0,00018794	3,53216E-08
-19	138,1	1,01956522	0,01937628	0,00037544	0,024968702	0,000623436
-18	137,12	0,98152097	-0,0186519	0,00034789	-0,013059481	0,00017055
-17	137,48	0,99290369	-0,0071216	5,0717E-05	-0,001529183	2,3384E-06
-16	136,94	1,00262544	0,002622	6,8749E-06	0,00821442	6,74767E-05
-15	137,5	0,99607216	-0,0039356	1,5489E-05	0,001656844	2,74513E-06
-14	137,5	1,00408938	0,00408104	1,6655E-05	0,009673466	9,35759E-05
-14	133,59	0,97156364	-0,0288485	0,00083224	-0,023256086	0,000540846
-13	132,33	0,99056816	-0,0094766	8,9806E-05	-0,003884183	1,50869E-05
-12	128,27	0,96931913	-0,0311614	0,00097103	-0,025568963	0,000653772
-11	125,4	0,97762532	-0,0226288	0,00051206	-0,017036366	0,000290238
-10	124,8	0,99521531	-0,0047962	2,3003E-05	0,00079625	6,34015E-07
-09	123,5	0,98958333	-0,0104713	0,00010965	-0,004878877	2,38034E-05
-08	122,36	0,99076923	-0,0092736	8,6E-05	-0,003681214	1,35513E-05
-07	122,47	1,00089899	0,00089858	8,0745E-07	0,006491005	4,21332E-05
-06	121	0,98799706	-0,0120756	0,00014582	-0,006483134	4,2031E-05
-05	120,65	0,99710744	-0,0028968	8,3912E-06	0,002695669	7,26663E-06
-04	122,34	1,01400746	0,01391026	0,0001935	0,019502684	0,000380355
-03	121,5	0,99313389	-0,0068898	4,7469E-05	-0,001297368	1,68316E-06

Continua...

Tabela 1G, Cont.

Observação n.º	Preço em US\$ ativo-objeto (P <sub>i</sub> )	Preço relativo P <sub>i</sub> /P <sub>i-1</sub>	Ln P <sub>i</sub> /P <sub>i-1</sub> (X <sub>i</sub> )	Ln (P <sub>i</sub> /P <sub>i-1</sub> ) ao quadrado (X <sub>i</sub> ) <sup>2</sup>	Desvios X <sub>i</sub> - média	Desvios ao quadrado (X <sub>i</sub> - média) <sup>2</sup>
-02	120,2	0,98930041	-0,0107572	0,00011572	-0,005164818	2,66753E-05
-01	123,42	1,02678869	0,02643615	0,00069887	0,032028573	0,00102583
Somatórios			-0,1684827	0,01287599	0	0,011524252
Média de X <sub>i</sub> .....		-0,005592	Indicadores de mercado para a <i>put</i> sobre futuros		Elementos de	Valores
Desvio-padrão de X <sub>i</sub> .....		0,014185	delta .....	-0,504569	d <sub>1</sub>	-0,029656
Vol. histórica anual .....		0,225174	gama .....	0,057400	N(d <sub>1</sub> )	0,488171
Curtose .....		0,558165	vega .....	17,774900	N(-d <sub>1</sub> )	0,511829
Distorção .....		0,396778	teta .....	-9,137630	N'(d <sub>1</sub> )	0,398868
Tempo em dias úteis .....		36	rô .....	8,620929	d <sub>2</sub>	-0,086933
Preço futuro (F) .....		119,60			N(d <sub>2</sub> )	0,465362
Preço de exercício (K) .....		120,00			N(-d <sub>2</sub> )	0,534638
Vol. implícita anual .....		0,151540				
Tx. anual de juros (r).....		0,10				
Tempo em anos (T) .....		0,142857				
Preço teórico da Put .....		2,90				
Preço teórico da Call .....		2,51				
			Preço de mercado da <i>Put</i> .....			2,90
			Cálculo iterativo da volatilidade implícita baseado na fórmula do vega e conhecido como algoritmo de Newton-Raphson .			0,151540

## APÊNDICE H

### PLANILHA DINÂMICA PARA CÁLCULO DE INDICADORES

Como parte integrante deste trabalho, foi desenvolvida em Excel uma planilha eletrônica para cálculo do *preço justo* e dos principais indicadores de sensibilidade, para opções de venda (*puts*) sobre futuros de *commodities*. Esta planilha que, certamente, irá facilitar a compreensão do modelo de avaliação de opções, conforme abordagem deste trabalho, objetiva servir de instrumento para que produtores de café e de boi gordo selecionem indicadores técnicos do mercado de opções sobre futuros e, a partir deles, decidam, de modo consciente, como, quando e quanto da produção deverá ser *hedgeada* por meio da compra de opções de venda (*puts*) sobre futuros dessas mercadorias.

O sistema calcula o valor do prêmio justo, com base nas variáveis que interferem no valor da opção: 1) o ativo-objeto,  $S$ ; 2) o preço de exercício,  $K$ ; 3) a taxa de juros livre de risco,  $r$ ; 4) o prazo de vencimento,  $T$ ; e, 5) a volatilidade. Esta última é a volatilidade implícita, calculada pela planilha, que segue uma metodologia iterativa, baseada no algoritmo de Newton-Raphson. Após ter obtido a volatilidade implícita, o usuário deverá digitar esse valor e os das

Tabela 1H - Cálculo de indicadores e do preço teórico de opções pela venda com contratos futuros de café e boi gordo

PLANILHA DE AVALIAÇÃO DE OPÇÕES POR VENDAS SOBRE FUTUROS DE COMMODITIES DO TIPO EUROPEU						
Observação n.º	Preço em US\$ ativo-objeto (P <sub>i</sub> )	Preço relativo P <sub>i</sub> /P <sub>i-1</sub>	Ln P <sub>i</sub> /P <sub>i-1</sub> (X <sub>i</sub> )	Ln (P <sub>i</sub> /P <sub>i-1</sub> ) ao quadrado (X <sub>i</sub> ) <sup>2</sup>	Desvios X <sub>i</sub> - média	Desvios ao quadrado (X <sub>i</sub> - média) <sup>2</sup>
-22	138,8					
-21	139,7	1,00648415	0,00646322	4,1773E-05	0,013294701	0,000176749
-20	140,7	1,0071582	0,0071327	5,0875E-05	0,013964181	0,000194998
-19	139,6	0,99431414	-0,0057021	3,2514E-05	0,0011294	1,27555E-06
-18	138,9	0,99285204	-0,0071736	5,1461E-05	-0,000342149	1,17066E-07
-17	138,75	0,99892009	-0,0010805	1,1675E-06	0,005750986	3,30738E-05
-16	138,5	0,9981982	-0,0018034	3,2523E-06	0,005028056	2,52813E-05
-15	136,25	0,98375451	-0,0163789	0,00026827	-0,009547409	9,1153E-05
-14	129,8	0,95266055	-0,0484966	0,00235192	-0,041665146	0,001735984
-13	126	0,97072419	-0,0297129	0,00088286	-0,022881415	0,000523559
-12	125,9	0,99920635	-0,000794	6,3038E-07	0,006037517	3,64516E-05
-11	122,9	0,97617156	-0,0241169	0,00058163	-0,017285442	0,000298786
-10	122,8	0,99918633	-0,000814	6,626E-07	0,006017482	3,62101E-05
-09	123,5	1,00570033	0,00568414	3,2309E-05	0,012515623	0,000156641
-08	120,5	0,97368421	-0,0266682	0,0007112	-0,019836764	0,000393497
-07	119,5	0,99376299	-0,0062565	3,9144E-05	0,000574945	3,30562E-07
-06	119	0,9958159	-0,0041929	1,758E-05	0,002638605	6,96223E-06
-05	122,65	1,03067227	0,03021128	0,00091272	0,03704276	0,001372166
-04	123	1,00285365	0,00284958	8,1201E-06	0,009681067	9,37231E-05
-03	121,5	0,98780488	-0,0122701	0,00015056	-0,00543861	2,95785E-05
-02	119,9	0,986831280	-0,0132562	0,00017573	-0,006424718	4,1277E-05
-01	120,5	1,0029191	0,00291485	8,4963E-06	0,00974633	9,49909E-05
Somatórios			-0,1434611	0,00632286	0	0,005342806
Média de X <sub>i</sub> .....		-0,006831	<b>Indicadores de mercado para a put sobre futuros</b>		<b>Elementos de cálculo</b>	<b>Valores aproximados</b>
Desvio-padrão de X <sub>i</sub> .....		0,016344	delta.....	-0,478508	d <sub>1</sub>	0,036624
Vol. histórica anual .....		0,259460	gama .....	0,026051	N(d <sub>1</sub> )	0,514607
Curtose .....		1,736215	vega .....	17,770796	N(-d <sub>1</sub> )	0,485393
Distorção .....		-0,482303	teta .....	-20,148989	N'(d <sub>1</sub> )	0,398776
Tempo em dias úteis .....		36	rô .....	-8,175645	d <sub>2</sub>	-0,089549
Preço futuro (F) .....		119,60			N(d <sub>2</sub> )	0,464323
Preço de exercício (K) .....		120,00			N(-d <sub>2</sub> )	0,535677
Vol. implícita anual .....		0,333822				
Tx. anual de juros (r).....		0,10				
Tempo em anos (T) .....		0,142857				
Preço teórico da Put .....		6,14				
Preço teórico da Call .....		5,75				
			Preço de mercado da Put .....	6,14		
			Cálculo iterativo da volatilidade implícita baseado na fórmula do vega e conhecido como algoritmo de Newton-Raphson	0,333822		



demais variáveis nas células desprotegidas e, automaticamente, obter os resultados do prêmio justo da opção de venda (*put*), bem como os respectivos indicadores de sensibilidade, quais sejam, delta, gama, vega, teta e  $\rho$ .

### **Procedimentos práticos**

Esta planilha consiste de diversas áreas de trabalho onde são efetivados diversos cálculos com vistas na obtenção do preço teórico das opções de venda (*put*) e de compra (*call*) sobre futuros agropecuários, utilizando-se o modelo de Black & Scholes.

## **ENTRADA/PROCESSAMENTO DE DADOS**

### *1. Volatilidade histórica, distorção e curtose*

Para o cálculo da volatilidade histórica anual e dos coeficientes de distorção e curtose, referentes ao comportamento recente dos preços futuros do ativo-objeto, os dados constituídos pela série histórica dos últimos 22 preços de fechamento devem ser digitados nas células situadas no intervalo B12:B33.

### *2. Prêmio teórico*

Para o cálculo do prêmio teórico da *put* e da *call*, os dados deverão ser lançados nas células contidas no intervalo C40:C36, conforme detalhado a seguir.

#### *2.1. Tempo para vencimento*

Deverá ser lançado na célula C40 o número de dias úteis restantes para o vencimento da opção. Isto será suficiente para que se obtenha o tempo (T), em fração de ano, que aparecerá na célula C45.

#### *2.2. Preço futuro do ativo-objeto*

Trata-se do preço de fechamento em Bolsa, observado no último pregão, o qual deverá ser lançado na célula C41.

### 2.3. Preço de exercício

Deverá ser lançado na célula C42.

### 2.4. Taxa de juros livre de riscos (ao ano)

Em razão de os mercados futuros agropecuários serem todos cotados em pontos (equivalentes à taxa de câmbio de reais por dólares americanos), a BM&F recomenda que se utilize, como taxa de juros, a taxa anual do cupom cambial, vigente no momento da transação.

### 2.5. Preço de mercado da Put

Deverá ser lançado na célula G44.

### 2.6. Volatilidade implícita

A planilha foi construída com o objetivo de calcular os indicadores de mercado para a *put* sobre futuros, tomando por base a volatilidade implícita praticada pelo mercado. Sua estrutura permite que o cálculo da volatilidade seja levado a efeito por meio de um processo iterativo conhecido como algoritmo de Newton Raphson, simultaneamente à efetivação do cálculo do prêmio e dos indicadores de mercado, em etapas sucessivas, conforme segue:

- a) Na primeira tentativa, admite-se que a volatilidade implícita seja igual à volatilidade histórica. Então, digita-se na célula C43, o valor correspondente à volatilidade histórica (célula C37). Tecle ENTER e, simultaneamente ao cálculo do prêmio e dos indicadores de mercado, tem-se uma primeira aproximação da volatilidade implícita, que aparece na célula G47;
- b) Na segunda tentativa de convergência à volatilidade implícita, digita-se, na célula C43, o valor que aparece na célula G47. Todos os cálculos são reprocessados automaticamente, incluindo-se aquele de obtenção da volatilidade implícita, cujo novo valor irá aparecer na célula G47;
- c) Agora, comparam-se os novos valores das células G47 com os da C43. Se forem diferentes, significa que a conversão da volatilidade implícita ainda não foi completada, razão por que se deve repetir o processo descrito em "b".

- d) Com um máximo de três ou quatro repetições do processo descrito em "b", a convergência estará completa, o que poderá ser checado com a observação da igualdade dos valores registrados nas células C43 e G47 e também daqueles registrados nas células C46 e G44;
- e) Após implementação dos procedimentos acima, ter-se-ão os indicadores necessários à avaliação técnica sobre a viabilidade de o produtor rural adquirir opções de vendas sobre futuros, como seguro contra a queda de preço futuro do produto, especificamente café e boi gordo.

### *3. Indicadores*

As células E37 a E41 estão programadas para exibirem, automaticamente, os indicadores da fórmula de Black & Scholes. Esses indicadores se referem somente a opções de venda (*put*).

## APÊNDICE I

### GLOSSÁRIO DE TERMOS TÉCNICOS DE USO CORRENTE NOS MERCADOS ORGANIZADOS

**Ação** - Título negociável que representa a menor parcela em que se divide o capital de uma sociedade anônima.

**Ação cheia (com)** - Ação cujos direitos (dividendos, bonificação, subscrição) ainda não foram exercidos.

**Ação com valor nominal** - Ação que tem um valor impresso, estabelecido pelo estatuto da companhia que a emitiu.

**Ação escritural** - Ação nominativa sem a emissão de certificados, mantida em conta de depósito de seu titular, na instituição depositária que for designada.

**Ação listada em bolsa** - Ação negociada no pregão de uma bolsa de valores.

**Ação nominativa** - Ação que identifica o nome de seu proprietário, que é registrado no Livro de Registro de Ações Nominativas da empresa.

**Ação-objeto** - Valor mobiliário a que se refere uma opção.

**Ação ordinária** - Ação que proporciona participação nos resultados econômicos de uma empresa; confere a seu titular o direito de voto em assembléia.

**Ação preferencial** - Ação que oferece a seu detentor prioridade no recebimento de dividendos e, ou, no caso de dissolução da empresa, no reembolso de capital. Em geral, não concede direito a voto em assembléia.

**Ação sem valor nominal** - Ação para a qual não se convencionou valor de emissão, prevalecendo o preço de mercado por ocasião do lançamento.

**Ação vazia (ex)** - Ação cujos direitos (dividendo, bonificação, subscrição) já foram exercidos.

**Alavancagem** - 1) Nível de utilização de recursos de terceiros para aumentar as possibilidades de lucro de uma empresa, aumentando, conseqüentemente, o grau de risco da operação; 2) Possibilidade de controle de um lote de ações, mediante emprego de uma fração de seu valor (nos mercados de opções, termo e futuro), enquanto o aplicador se beneficia da valorização desses papéis, que pode implicar significativa elevação de sua taxa de retorno.

**Ana** - Aviso de Negociação de Ações - Comprovante de operação enviado pela Bolsa de Valores ao comitente (investidor).

**Andar de lado** - Mercado fraco, sem tendência definida, estagnado.

**Aplicação** - Emprego da poupança na aquisição de títulos, com o objetivo de auferir rendimentos.

**Arbitragem** - 1) Operação na qual um investidor auferir lucro sem risco, realizando transações simultâneas em dois ou mais mercados; 2) Sistemática que possibilita a liquidação física e financeira das operações interpraças, por meio da qual a mesma pessoa, física ou jurídica, ao atuar no mercado a vista, poderá comprar a mesma ação em uma bolsa e vendê-la em outra, em iguais quantidades, desde que haja convênio firmado entre as duas bolsas.

**Ativo financeiro** - Todo e qualquer título representativo de parte patrimonial ou dívida.

**Bonificação em ações (filhotes)** - Ações emitidas por uma empresa em decorrência de aumento de capital, realizado por incorporação de reservas e, ou,

de outros recursos e distribuídas, gratuitamente, aos acionistas, na proporção da quantidade de ações que já possuem.

**Bonificação em dinheiro** - Distribuição aos acionistas, além dos dividendos, de valor em dinheiro referente a reservas até então não-incorporadas.

**Bônus de subscrição** - Título negociável que dá direito à subscrição de novas ações, emitido por uma empresa, dentro do limite de aumento de capital autorizado em seu estatuto.

**Call** - Veja Opção de Compra de Ações.

**Capital** - É a soma de todos os recursos, bens e valores, mobilizados para a constituição de uma empresa.

**Carteira de ações** - Conjunto de ações de diferentes empresas, de propriedade de pessoas físicas ou jurídicas.

**Carteira de títulos** - Conjunto de títulos de rendas fixa e variável, de propriedade de pessoas físicas ou jurídicas.

**Combinação de opções** - Compra ou venda de duas ou mais séries de opções sobre a mesma ação-objeto, porém com preços de exercício e, ou, datas de vencimento diferentes.

**Compra em margem** - Aquisição de ações a vista, com recursos obtidos pelo investidor por meio de um financiamento com uma sociedade corretora que opere em Bolsa. É uma modalidade de operação da Conta Margem.

**Cotação de fechamento** - Última cotação de um título em um dia de negociação.

**Cotação máxima** - A maior cotação atingida por um título no decorrer de um dia de negociação.

**Cotação média** - Cotação média de um título, constatada no decorrer de um dia de negociação.

**Cotação mínima** - A menor cotação de um título, constatada no decorrer de um dia de negociação.

**Crack** - Ocorre quando as cotações das ações declinam, velozmente, para níveis extremamente baixos.

**Data de exercício da opção** - Data de registro em pregão da operação de compra ou de venda a vista das ações-objeto da opção.

**Data de vencimento da opção** - O dia em que se extingue o direito de uma opção.

**Data ex-direito** - Data em que uma ação começará a ser negociada ex-direito (dividendo, bonificação, subscrição), na bolsa de valores.

**Day-trade** - Conjugação de operações de compra e venda realizadas em um mesmo dia, dos mesmos títulos, para um mesmo comitente, por uma mesma sociedade corretora, cuja liquidação é exclusivamente financeira.

**Debênture** - Título emitido por uma sociedade anônima para captar recursos, visando ao investimento ou ao financiamento de capital de giro.

**Debêntures conversíveis em ações** - Aquelas que, por opção de seu portador, podem ser convertidas em ações, em épocas e condições predeterminadas.

**Derivativos** - São os valores mobiliários cujos valores e características de negociação estão amarrados aos ativos que lhes servem de referência.

**Deságio** - Diferença, para menos, entre o valor nominal e o preço de compra de um título de crédito.

**Disclosure** - Divulgação de informações por parte de uma empresa, as quais possibilitem tomada de decisão consciente pelo investidor e aumento de sua proteção.

**Especulação** - Negociação em mercado com o objetivo de ganho, em geral, no curto prazo.

**Especulador** – Pessoa ou empresa cuja atividade principal não está relacionada com o objeto do contrato derivativo e que assume posições no mercado para obter a exposição ao risco de perdas futuras, na esperança de auferir ganhos futuros.

**Ex-direitos** - Denominação dada a uma ação que teve exercidos os direitos concedidos por uma empresa.

**Execução de ordem** - Efetiva realização de uma ordem de compra ou venda de valores mobiliários.

**Exercício de opções** - Operação pela qual o titular de uma operação exerce seu direito de comprar ou de vender o lote de ações-objeto, ao preço de exercício.

**Fechamento de posição** - Operação pela qual o lançador de uma opção, mediante compra em pregão de outra da mesma série, ou o titular, mediante venda de opções adquiridas, encerram suas posições ou parte delas. A expressão também é utilizada quando da realização de operações inversas no mercado futuro.

**Fechamento em alta** - Quando o índice de fechamento for superior ao índice de fechamento do pregão anterior.

**Fechamento em baixa** - Quando o índice de fechamento for inferior ao índice de fechamento do pregão anterior.

**Hedge** - Operação realizada no mercado de derivativos, com o objetivo de proteção contra a possibilidade de oscilação de um preço, taxa ou índice. Por meio do hedge, a empresa se vê livre de um risco inerente a sua atividade econômica principal.

**Hedger** - Qualquer agente econômico, pessoa física ou jurídica, que busca gerenciar o risco de mudanças adversas no preço do ativo, tomando posição no mercado de opções ou de futuros

**Holding (empresa)** - Pessoa que tem, como atividade principal, participação acionária em uma ou em mais empresas.

**Índice de Lucratividade** - Relação entre o capital atual e o inicial de uma aplicação.

**Índice Preço/Lucro - P/L** - Quociente da divisão do preço de uma ação no mercado, em um instante, pelo lucro líquido anual desta. Assim, o P/L é o número de anos que se levaria para reaver o capital aplicado na compra de uma ação, pelo recebimento do lucro gerado por uma empresa. Para tanto, torna-se necessário que se condicione essa interpretação à hipótese de que o lucro por ação se manterá constante e será distribuído todos os anos.

**Insider** - Investidor que tem acesso privilegiado a determinadas informações, antes que estas se tornem conhecidas no mercado.



**Institucional (investidor)** - Instituição que dispõe de vultosos recursos mantidos em certa estabilidade e destinados à reserva de risco ou à renda patrimonial e que investe parte destes no mercado de capitais.

**Lançador** - No mercado de opções, aquele que vende uma opção, assumindo a obrigação de, se o titular exercer, vender ou comprar o lote de ações-objeto a que se refere.

**Lançamento de opções** - Operação de venda que dá origem às opções de compra ou de venda.

**Liquidez** - Maior ou menor facilidade de se negociar um título, convertendo-o em dinheiro.

**Lote** - Quantidade de títulos de características idênticas.

**Lote fracionário** - Quantidade de ações inferior ao lote-padrão.

**Lote-padrão** - Lote de títulos de características idênticas e em quantidade prefixada pelas bolsas de valores.

**Lote redondo** - Lote que totaliza um número inteiro de lotes-padrões.

**Margem** - Montante, fixado pelas bolsas de valores, a ser depositado, em dinheiro, títulos ou valores mobiliários, pelo cliente que efetua compra ou venda a termo ou a futuro, ou um lançamento a descoberto de opções.

**Margem inicial** - Representa o montante que o investidor tem de depositar numa conta designada "conta margem" junto da sociedade corretora com que trabalha, no momento em que compra ou vende o contrato. Sua função é cobrir as eventuais perdas provocadas pela variação na cotação do ativo de base. Essas margens são proporcionais ao risco envolvido em cada contrato futuro (entre 1 e 20% do valor do contrato)

**Margem de manutenção** - Esta margem marca o limite mínimo que o saldo da conta na margem do investidor pode atingir e é mais baixa que a margem inicial. Quando as variações das cotações, em um ou em vários dias, levam à descida da margem abaixo do nível de manutenção definido, a Bolsa exige que o investidor reponha o seu saldo inicial.

**Margem de realização** - Se o saldo da conta atingir valores inferiores à margem de manutenção, a Bolsa exige do investidor um reforço da sua conta, de

forma a recolocá-la ao nível da margem inicial. Esse depósito adicional denomina-se *Variation Margin Call*. A situação de levantamento de excedentes, em relação à margem, é conhecida como *Variation Margin Payment*.

**Market to market** – Designação de um conjunto de operações por meio das quais, diariamente, procede-se à reavaliação de todos os contratos com base nos preços de fecho, debitando ou creditando a conta de margem. Quando a cotação do ativo de base sobe, há um ganho para o comprador (pois, por meio do futuro, comprou a um valor inferior ao que, agora, prevalece no mercado) e, obviamente, uma perda de igual montante para o vendedor. Este processo é conhecido por *mark to the market*.

**Mercado a termo** - Mercado no qual se processam as operações para liquidação diferida, em geral após, 30, 60 ou 90 dias da data de realização do negócio.

**Mercado a vista** - Mercado no qual a liquidação física (entrega dos títulos pelo vendedor) se processa no 2.º dia útil após a realização do negócio em pregão e a liquidação financeira (pagamento dos títulos pelo comprador) se dá no 3.º dia útil posterior à negociação, somente mediante efetiva liquidação física.

**Mercado de ações** - Segmento do mercado de capitais, que compreende a colocação primária em mercado de ações novas emitidas pelas empresas e a negociação secundária (em bolsas de valores e no mercado de balcão) das ações já colocadas em circulação.

**Mercado de balcão** - Mercado de títulos sem lugar físico determinado para as transações, as quais são realizadas por telefone entre instituições financeiras. São negociadas ações de empresas não registradas em bolsas de valores e outras espécies de títulos.

**Mercado de balcão organizado** - Sistema organizado de negociação de títulos e valores mobiliários de renda variável administrado por entidade autorizada pela Comissão de Valores Mobiliários (CVM).

**Mercado de capitais** - Conjunto de operações de transferência de recursos financeiros de prazo médio, longo ou indefinido, efetuadas entre agentes poupadores e investidores, por meio de intermediários financeiros.

**Mercado de opções** - Mercado no qual são negociados direitos de compra ou venda de um lote de valores mobiliários, com preços e prazos de exercício preestabelecidos contratualmente. Por esses direitos, o titular de uma opção de compra paga um prêmio, podendo exercê-los até a data de vencimento da mesma ou revendê-los no mercado. O titular de uma opção de venda paga um prêmio e pode exercer sua opção apenas na data do vencimento, ou pode revendê-la no mercado durante o período de validade da opção.

**Mercado financeiro** - É o mercado voltado para a transferência de recursos entre os agentes econômicos. No mercado financeiro, são efetuadas transações com títulos de prazos médio, longo e indeterminado, geralmente dirigidas ao financiamento dos capitais de giro e fixo.

**Mercado futuro** - Mercado no qual são realizadas operações que envolvem lotes padronizados de commodities ou ativos financeiros, para liquidação em datas prefixadas.

**Mercado primário** - É nele que ocorre a colocação de ações ou outros títulos provenientes de novas emissões. As empresas recorrem ao mercado primário para completar os recursos de que necessitam, visando ao financiamento de seus projetos de expansão ou ao emprego em outras atividades.

**Mercado secundário** - No qual ocorre a negociação dos títulos adquiridos no mercado primário, proporcionando a liquidez necessária.

**Opção** - Contrato que envolve o estabelecimento de direitos e obrigações sobre determinados títulos, com prazo e condições preestabelecidos.

**Opção coberta** - Quando há o depósito, em uma bolsa de valores, das ações-objeto de uma opção.

**Opção de compra** - Modalidade em que o titular tem o direito de comprar um ativo-objeto a um preço predeterminado, até certa data.

**Opção de Venda** - Modalidade em que o titular adquire o direito de, se assim o desejar, vender ao lançador, até uma data fixada, o ativo-objeto relativo à opção, e por preço predeterminado.

**Open market** - No sentido amplo, é qualquer mercado sem local físico determinado e com livre acesso à negociação. No Brasil, porém, tal denominação

se aplica ao conjunto de transações realizadas com títulos de renda fixa, de emissão pública ou privada.

**Operação caixa** - Operação pela qual um investidor vende a vista um lote possuído de ações e o recompra, no mesmo pregão, em um dos mercados a prazo; o custo do financiamento é dado pela diferença entre os preços de compra e de venda.

**Operação de financiamento** - Consiste na compra a vista de um lote de ações e sua venda imediata em um dos mercados a prazo; a diferença entre os dois preços é a remuneração da aplicação pelo prazo do financiamento.

**Ordem** - Instrução dada por um cliente a uma sociedade corretora, para execução de compra ou venda de valores mobiliários.

**Ordem a mercado** - Quando só há a especificação da quantidade e das características de um valor mobiliário. Deve ser efetuada desde o momento de seu recebimento no pregão.

**Ordem administrada** - O investidor especifica somente a quantidade e as características dos valores mobiliários ou direitos que deseja comprar ou vender. A execução da ordem ficará a critério da corretora.

**Ordem casada** - Composta por uma ordem de compra e outra de venda de determinado valor mobiliário. Sua efetivação só se dará quando ambas puderem ser executadas.

**Ordem de financiamento** - Constituída por uma ordem de compra (ou venda) de um valor mobiliário em um tipo de mercado e outra concomitante de venda (ou compra) de igual valor mobiliário, no mesmo ou em outro mercado, com prazos de vencimento distintos.

**Ordem discricionária** - Pessoa física ou jurídica que administra carteira de títulos e valores mobiliários ou um representante de mais de um cliente que estabelece as condições de execução da ordem. Após executada, o ordenante indicará o nome do investidor (ou investidores); a quantidade de títulos e, ou, valores mobiliários a ser atribuída a cada um deles; e o preço.

**Ordem limitada** - Aquela que deve ser executada por um preço igual ou melhor do que o especificado pelo comitente.

**Ordem on-stop** - O investidor determina o preço mínimo pelo qual a ordem deve ser executada a ordem on-stop de compra - Será executada quando, em uma alta de preços, ocorrer um negócio a preço igual ou maior que o preço determinado; ordem an-stop de venda - Será executada quando, em baixa de preços, ocorrer um negócio a um preço igual ou menor que o preço determinado.

**Overnight** - Operações realizadas no open market por prazo mínimo de um dia, restritas às instituições financeiras.

**Preço de exercício** - Em opções de compra, é o preço que o titular deve pagar ao lançador pelo ativo-objeto, se o primeiro exercer o direito de comprar. Em opções de venda, é o preço que o lançador deve pagar ao titular, se este vier a exercer seu direito de vender o ativo-objeto ao lançador.

**Prêmio** - Preço de negociação da opção, ou preço de mercado, ou ainda cotação da opção em bolsa de valores.

**Put** - Veja Opção de Venda de Ações.

**Risco não-sistemático** - É um risco de menor importância para o investidor, haja vista que ele pode ser totalmente eliminado pela manutenção de um portfólio bem diversificado

**Risco sistemático** - É um risco que não pode ser eliminado pela diversificação do portfólio, visto que ele surge da correlação existente entre os retornos do investimento e os retornos do mercado de ações como um todo

**Série de uma opção** - Opções do mesmo tipo (compra ou venda), para o mesmo ativo-objeto, e com a mesma data de vencimento. Os prêmios variam conforme os preços de exercício, que diferem de uma série para outra.

**Straddle** - Compra ou venda, por um mesmo investidor, de igual número de opções de compra e de venda sobre a mesma ação-objeto, com idênticos preços de exercício e datas de vencimento.

**Titular** - O comprador da opção, ou seja, aquele que adquire o direito de exercer a opção, pagando por isso um prêmio ou preço.

**Trading post** - Sistema de negociações contínuas realizadas por meio de postos de negociações, tendo como objetivo dar homogeneidade aos trabalhos,

em função da quantidade de negócios, permitindo, assim, distribuir, uniformemente, o fluxo de operações pelo recinto (sala de negociações).

**Underwriters** - Instituições financeiras especializadas em operações de lançamento de ações no mercado primário. No Brasil, tais instituições são, em geral, bancos múltiplos ou bancos de investimento, sociedades distribuidoras e corretoras que mantêm equipes formadas por analistas e técnicos capazes de orientar os empresários, indicando-lhes as condições e a melhor oportunidade para que uma empresa abra seu capital ao público investidor, por meio de operações de lançamento.

**Underwriting** - Esquema de lançamento de ações mediante subscrição pública, para o qual uma empresa encarrega um intermediário financeiro, que será responsável por sua colocação no mercado.

**Vencimento** - Data em que cessam os direitos do titular de exercer sua opção.

**Venda em margem** - Venda, a vista, de ações obtidas por empréstimo, pelo investidor, em uma sociedade corretora que opere em bolsa. É uma modalidade de operação da Conta Margem.

**Volatilidade** - Indica o grau médio de variação das cotações de um título em determinado período.

**Valor de exercício da opção** - Preço de exercício por ação, multiplicado pelo número de ações que compõem o lote-padrão de uma opção.

**Valor intrínseco da opção** - Diferença, quando positiva, entre o preço a vista de uma ação-objeto e o preço de exercício da opção, no caso de opção por compra, e entre o preço de exercício e o preço a vista, no caso de opção por venda.

**Valor nominal da ação** - Valor mencionado no estatuto social de uma empresa e atribuído a uma ação representativa de seu capital.

**Warrant** - Um *warrant* é uma opção bem diferente. Os *warrants* são emitidos (lançados) por empresa ou por instituição financeira. Em alguns casos, eles são negociados em bolsa. O número de contratos em aberto é determinado pelo tamanho da emissão original e muda apenas quando as opções são exercidas

ou vencem. Os *warrants* são comprados e vendidos de forma semelhante à das opções, e não há necessidade de uma *clearing*, pois quando um *warrant* é exercido, o emitente original liquida a transação com seu titular atual. Os *warrants* de compra são lançados por empresas sobre suas próprias ações. Por exemplo, numa emissão de dívida, uma empresa poderá oferecer aos investidores um pacote de títulos mais *warrants* de compra de suas ações. Se os *warrants* forem exercidos, a empresa entregará aos titulares ações de sua própria carteira, em troca do preço de exercício especificado no contrato. O preço e a data de exercício não precisam corresponder aos das opções de compra normalmente negociadas em bolsa. Em geral, os *warrants* têm vencimentos mais longos que as opções por compra de bolsa. *Warrants* de compra e de venda são também lançados por instituições financeiras para satisfazer à demanda do mercado. O objeto de negociação pode ser um, uma moeda ou uma *commodity*.

**Wasting assets** - Diz respeito a títulos cujo valor diminui com a passagem do tempo e que têm vida útil limitada.